МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. А. Н. КОСЫГИНА (ТЕХНОЛОГИИ. ДИЗАЙН. ИСКУССТВО)»
(ФГБОУ ВО «РГУ им. А. Н. Косыгина»)

Тюрин М. П., Бородина Е. С.

ПРАКТИКУМ ПО ГИДРОГАЗОДИНАМИКЕ

Учебное пособие

Допущено к изданию редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия для подготовки бакалавров и магистров по направлениям 13.03.01, 13.04.01 Промышленная теплоэнергетика, 20.03.01, 20.04.01 Техносферная безопасность

Москва
РГУ им. А. Н. Косыгина 2017

УДК 532
Т-98

Т - 98 Тюрин М. П., Бородина Е. С.
Практикум по гидрогазодинамике: Учебное пособие – М.: РГУ им. А. Н. Косыгина, 2017. – 60 с.

Рецензенты:

- заместитель заведующего отделением турбинных установок ОАО «Всероссийский теплотехнический научно-исследовательский институт» (ОАО «ВТИ»), к.т.н., с.н.с. Иванов Н. В.;
- доцент кафедры промышленной экологии и безопасности ФГБОУ ВО «РГУ им. А. Н. Косыгина» к.т.н. Кошелева М. К.

В учебном пособии приведены теоретические сведения, методические указания и примеры решения некоторых типовых задач по таким разделам гидрогазодинамики, как «Физические свойства жидкости», «Основы гидростатики», «Относительное равновесие жидкости в поле сил тяжести».

Так же учебное пособие содержит раздел «Задачи», где приведен обширный набор задач по всем разделам гидростатики разной степени трудности.

Учебное пособие предназначено для обучающихся по направлениям подготовки 13.03.01, 13.04.01 Промышленная теплоэнергетика, 20.03.01, 20.04.01 Техносферная безопасность очной и заочной форм обучения и будет использовано при изучении дисциплин «Гидрогазодинамика», «Механика жидкости и газа», «Современные методы в гидрогазодинамических исследованиях», «Вычислительная гидродинамика и теплообмен».

УДК 532

Подготовлено к печати на кафедре
промышленной экологии и безопасности

Печатается в авторской редакции.

© РГУ им. А. Н. Косыгина, 2017

© Тюрин М. П., Бородина Е. С., 2017

ВВЕДЕНИЕ

Основное назначение сборника – дать студентам материал, который позволит выработать навыки применения теоретических сведений к решению конкретных задач технического характера и тем самым освоить практику гидравлических расчётов.

Данный сборник содержит задачи по гидростатике и включает разделы: «Физические свойства жидкости», «Основы гидростатики», «Относительное равновесие жидкости в поле сил тяжести».

Каждый раздел сборника содержит теоретические сведения, методические указания и примеры решения некоторых типовых задач по теме данного раздела.

Наличие в сборнике обширного и разнообразного материала позволяет составить индивидуальное задание для каждого студента.

После ознакомления с соответствующим теоретическим материалом и методическими указаниями по решению типовых задач, следует переходить к самостоятельному выполнению полученного задания.

Каждое задание состоит из нескольких задач, номера и варианты которых выдаются преподавателем. Задание выполняется на листах формата А4, необходимые чертежи выполняются с соблюдением выбранного масштаба.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

Жидкостью называется физическое тело, обладающее двумя отличительными особенностями: незначительным изменением своего объема под действием больших внешних сил и текучестью, легкоподвижностью, т.е. изменением своей формы под действием даже незначительных внешних сил. Одной из основных механических характеристик жидкости является плотность.

1.1 Сведения из теории

1.1.1. Плотность

Плотностью ρ (кг/м^3) называется масса, содержащаяся в единице объема жидкости:

$$\rho = \frac{m}{V}, \tag{1.1}$$

где m– масса жидкого тела, кг; V– объем, м^3.

Плотность жидкостей уменьшается с увеличением температуры. Исключение представляет вода в диапазоне температур от 0 до 4 ^{0}С, когда ее плотность увеличивается, достигая наибольшего значения при температуре 4 ^{0}С. В этом случае t = 1000 кг/м^3.

1.1.2. Удельный вес

Удельным весом γ (Н/м^3) жидкости называется вес единицы объема этой жидкости:

$$\gamma = \frac{G}{V}, \tag{1.2}$$

где G – вес жидкого тела, Н; V – объем, м^3.

Для воды при температуре t = 4 ^{0}С γ = 9810 Н/м^3.

Между плотностью и удельным весом существует связь:

$$\gamma = \rho \cdot g\ , \tag{1.3}$$

где g – ускорение свободного падения, равное 9,81 м/с^2.

Сопротивление жидкостей изменению своего объема под действием давления и температуры характеризуется коэффициентами объемного сжатия и температурного расширения.

1.1.3. Коэффициент объемного сжатия

Коэффициент объемного сжатия β_V (Па$^{-1}$) – это относительное изменение объема жидкости при изменении давления на единицу:

$$\beta_V = -\frac{\Delta V}{V \cdot \Delta P} = \frac{\Delta \rho}{\rho \cdot \Delta P}, \tag{1.4}$$

где ΔV – изменение объема V; $\Delta\rho$ - изменение плотности ρ, соответствующие изменению давления ΔP /

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, называется модулем упругости жидкостей $E_{ж}$ (Па)

$$E_{ж} = 1/\beta_V \ . \tag{1.5}$$

Модуль упругости жидкостей является функцией давления и температуры. Исходя из уравнений (1.3) и (1.4), можно записать

$$V = V_0 \cdot (1 - \beta_V \cdot \Delta P), \tag{1.6}$$

$$V = \rho_0 \cdot (1 - \beta_V \cdot \Delta P), \tag{1.7}$$

1.1.4. Коэффициент температурного расширения

Коэффициент температурного расширения β_t $(^{o}C)^{-1}$, выражает относительное изменение объема жидкости при изменении её температуры на один градус:

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V \cdot \Delta t}, \tag{1.8}$$

где ΔV – изменение объема V, изменение объёма жидкости при изменении её температуры на величину Δt.

Для большинства капельных жидкостей β_t с увеличением температуры увеличивается, а с увеличением давления уменьшается. Для воды с возрастанием и температуры и давления коэффициент температурного расширения возрастает. Если выразить приращение температуры Δt через $t - t_0$, а изменение объема ΔV через $V - V_0$, то

$$V = V_0 (1 + \beta_t \cdot \Delta t) \tag{1.9}$$

и

$$\rho = \rho_0 / (1 + \beta_t \cdot \Delta t) \tag{1.10}$$

1.1.5. Вязкость

Вязкостью называется свойство жидкости оказывать сопротивление перемещению одного слоя жидкости относительно другого. Вязкость проявляется только при движении жидкости и сказывается на распределении скоростей по живому сечению потока (рис. 1.1).

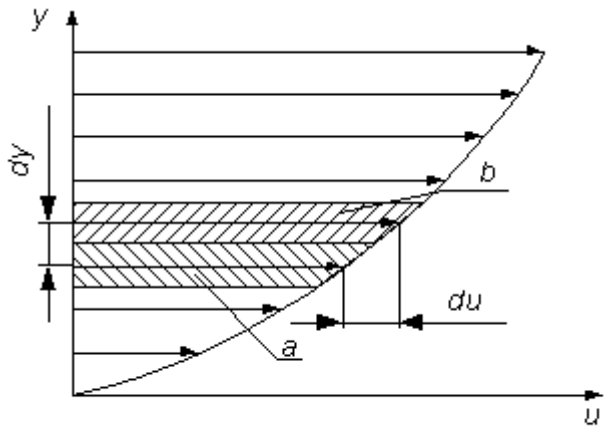


Рис. 1.1. Эпюра скорости

Согласно гипотезе Ньютона сила внутреннего трения F в жидкостях пропорциональна градиенту скорости u в направлении нормали к направлению движения жидкости, площади соприкосновения слоев S

жидкости, зависит от рода жидкости и является функцией температуры и давления.

$$F = \mu \cdot S \cdot \frac{du}{dy}, \qquad (1.11)$$

где $\frac{du}{dy}$ – градиент скорости, изменение скорости по нормали к направлению движения ($с^{-1}$); μ – коэффициент динамической вязкости (Па · с).

Величина силы трения *F*, отнесённая к площади соприкасающихся слоев, представляет собой величину касательного напряжения τ

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy}. \qquad (1.12)$$

Из (1.12) следует, что коэффициент динамической вязкости может быть определен как:

$$\mu = \frac{\tau}{du/dy}, \qquad (1.13)$$

Из (1.13) следует, что коэффициент динамической вязкости представляет собой силу внутреннего трения, приходящуюся на единицу площади поверхности соприкасающихся слоев жидкости при градиенте скорости равном единице $\frac{du}{dy}$=1.

В практике, для характеристики вязкости жидкости, часто применяют не коэффициент динамической вязкости, а коэффициент кинематической вязкости ν ($м^2/с$), который представляет собой отношение коэффициента динамической вязкости жидкости к её плотности:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \qquad (1.14)$$

1.2. Примеры решения задач

Пример 1. Удельный вес бензина γ = 7063 $Н/м^3$. Определить его плотность.

Решение:

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{7063}{9{,}81} = 720 \text{ кг/м}^3$$

Пример 2. Плотность дизельного мазута ρ = 878 $кг/м^3$. Определить его удельный вес.

Решение:

$\gamma = \rho \cdot g$ = 878 · 9,81 = 8613 $Н/м^3$.

Пример 3. Медный шар d = 100 мм весит в воздухе 45,7 Н, а при погружении в жидкость 40,6 Н. Определить плотность жидкости.

Решение

Определяем вес G и объем V вытесненной жидкости

$G = G_в - G_ж$; G = 45,7 – 40,6 = 5,1 Н.

$V = \pi d^3/6 = 3{,}14 \cdot 0{,}1^3 / 6 = 0{,}523 \cdot 10^{-3}$ м^3

находим плотность жидкости

$$G = \rho \cdot g \cdot V; \rho = \frac{G}{g \cdot V}; \rho = \frac{5{,}1}{9{,}81 \cdot 0{,}523 \cdot 10^{-3}} = 994 \text{ кг/м}^3$$

Пример 4. Трубопровод диаметром d = 500 мм и длиной L = 1000 м наполнен водой при давлении 400 кПа, и температуре воды 5 ^{0}С. Определить, пренебрегая деформациями и расширением стенок труб, давление в трубопроводе при нагревании воды в нем до 15 ^{o}С, если коэффициент объемного сжатия β_V = 5,18 10^{-10} Па$^{-1}$, а коэффициент температурного расширения β_t = 150 10^{-6} ^{o}С$^{-1}$.

Решение

Находим объем воды в трубе при $t = 5$ ^{0}С

$V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot L$; $V = 0{,}785 \cdot 0{,}5^2 \cdot 1000 = 196{,}25$ м^3

находим увеличение объема воды ΔV при изменении температуры

$\beta_t = \frac{\Delta V}{V \cdot \Delta t}$

$\Delta V = V \cdot \Delta t \cdot \beta_t$

$\Delta V = 196{,}25 \cdot 10 \cdot 150 \cdot 10^{-6}$ = 0,29 м^3;

находим увеличение давления в связи с повышением температуры

$$\Delta P = \frac{\Delta V}{V \cdot \beta_V} = \frac{0{,}29}{196{,}25 \cdot 5{,}18 \cdot 10^{-10}} = 2850 \text{ кПа}$$

Давление в трубопроводе после увеличения температуры

400 кПа + 2850 кПа = 3250 кПа = 3,25 МПа.

Пример 5. При гидравлическом испытании системы объединенного внутреннего противопожарного водоснабжения допускается падение давления в течение 10 мин. на Δp = 49 кПа. Определить допустимую утечку ΔV при испытании системы вместимостью V = 80 м^3.

Коэффициент объемного сжатия воды $\beta_V = 5 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

Решение

Допустимую утечку ΔV определяем из формулы

$\Delta V = \beta_V \cdot V \cdot \Delta P$ = 5 · 10^{-10} · 80 · 4,9· 10^4 = 1,96 · 10^{-3} м^3.

2. ОСНОВЫ ГИДРОСТАТИКИ

2.1. Основные сведения

Гидростатика является разделом прикладной механики жидкости и газа, в котором изучаются законы равновесия жидкости.

Вследствие текучести жидкости в ней не могут действовать сосредоточенные силы, а возможно лишь действие сил, непрерывно распределенных по ее объему (массе) или по поверхности. Поэтому внешние силы, действующие на рассматриваемый объем жидкости, разделяют на массовые (объемные) и поверхностные.

Массовые силы пропорциональны массе жидкого тела или (для однородных жидкостей) его объему.

К ним относятся сила тяжести и силы инерции переносного движения, действующие на жидкость при относительном ее покое в ускоренно движущихся сосудах или при относительном движении жидкости в руслах.

К числу массовых сил относятся силы, вводимые при составлении уравнений движения жидкости.

Поверхностные силы проявляются на граничных поверхностях рассматриваемого жидкого тела.

Поверхностную силу, действующую нормально к какой-либо площадке, называют **силой давления**.

Поверхностная сила, действующая по касательной к площадке, является **силой сопротивления**.

Сила сопротивления проявляется только при движении жидкости, а сила давления как при движении, так и при покое жидкости.

2.2. Гидростатическое давление

Рассмотрим произвольный объем жидкости *W* (рис. 2.1), находящейся в равновесии под действием внешних сил *P* и ограниченной поверхностью *S*.

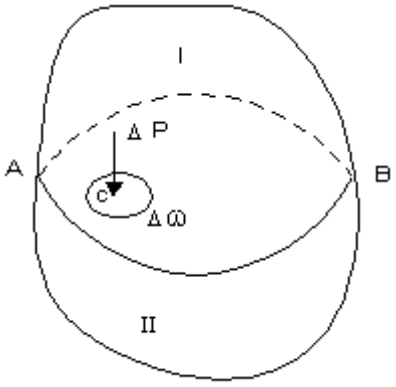


Рис. 2.1

Проведем секущую плоскость *A-B*, делящую объем *V* на две части I и II. Отбросим часть I и заменим распределенными по площади ω силами Δp_i, одна из которых Δp приходится на долю площади Δω.

Напряжение сжатия σ_c, возникающее при этом, определяется как частное от деления силы Δp на площадь $\Delta\omega$:

$$\sigma_c = p_{cp} = \frac{\Delta p}{\Delta \omega}. \qquad (2.1)$$

Напряжение σ_c принято называть средним гидростатическим давлением; предел отношения при $\Delta\omega \to 0$ называется гидростатическим давлением в точке:

$$\sigma_c = \lim_{\Delta\omega \to 0} \frac{\Delta p}{\Delta \omega} = \frac{dp}{d\omega}. \qquad (2.2)$$

Размерность давления $p = \sigma = \frac{M}{LT^2}$.

Единица измерения давления Па. Это давление, вызываемое силой в 1Н, равномерно распределено по поверхности площадью в 1м^2 (1 Па = 1 Н/м^2).

Так как эта единица очень мала, то на практике давление измеряют в килопаскалях (1 кПа = 10^3 Па) или мегапаскалях (1 МПа = 10^6 Па).

2.3. Основная теорема гидростатики

Гидростатическое давление в данной точке не зависит от направления, т.е. остается одинаковым по всем направлениям.

$p_x = p_y = p_z = p_n$,

где p_x, p_y, p_z, p_n – представляют собой гидростатическое давление соответственно в направлении координатных осей *ox*, *oy*, *oz* и в некотором произвольном направлении *N-N* (рис. 2.2).

2.4. Условие равновесия жидкости

Так как гидростатическое давление одинаково по всем направлениям в данной точке, а в различных точках данного объема жидкости в общем случае различно, то

$$p = p\,(x, y, z). \qquad (2.15)$$

В общем случае, когда изменяется атмосферное давление во времени:

$$p = p\,(x, y, z, \tau), \qquad (2.16)$$

2.5. Дифференциальное уравнение равновесия жидкости (Уравнение Эйлера)

Выделим в жидкости элементарный параллелепипед $ABCDA'B'C'D'$ (рис. 2.2).

Полагая его твердым телом, составим три уравнения проекций действующих сил:

$$F_x = 0; \qquad F_y = 0; \qquad F_z = 0$$

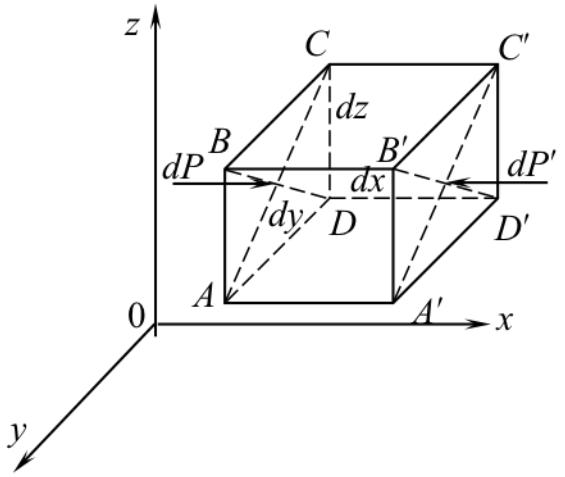


Рис. 2.2

Составим уравнение проекции сил на ось *ox*, т.е. уравнение $F_x = 0$.

Равновесие параллелепипеда обеспечивается шестью проекциями (по числу граней).

В уравнение $F_x = 0$. войдут только две силы: *dP* и *dP*′.

Сила давления на грань *ABCD*

$$P = pdydz,$$

где p – среднее гидростатическое давление на грань *ABCD*.

Сила давления на грань $A'B'C'D'$

$$P' = p'dydz$$

где p' – среднее гидростатическое давление на грань $A'B'C'D'$.

Так как $p = f(x,y,z)$, то при переходе от одной грани к другой давление должно изменяться в зависимости от одной координаты, так как в сходственных точках (A и A', B и B' и т.д.) давление зависит только от изменения одного аргумента x. Аргументы y и z для сходственных точек (A и A') остаются неизменными. Следовательно

$$p' = p + \frac{\partial p}{\partial x}dx.$$

Проекции объемных сил.

Проекция объемной силы dR равна произведению массы на соответствующую проекцию ускорения объемной силы, т.е.

$$dR_x = \rho dxdydzX,$$

где ρ – плотность жидкости; dx, dy, dz – объем выделенного элемента; X – проекция ускорения силы dR на ось Ox.

Сумма проекций поверхностных и объемных сил на ось Ox равна:

$$F_x = pdydz - \quad p - \frac{\partial p}{\partial x}dx \quad dydz + \rho dxdydzX = 0 \qquad (2.17)$$

После некоторого преобразования и деления на $dxdydz$ (объем параллелепипеда dV) получим уравнение проекций сил на ось Ox, отнесенных к единице объема:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho X = 0. \qquad (2.18)$$

Аналогично получим два других уравнения: $F_y = 0$; $F_z = 0$.

Таким образом, при равновесии жидкости имеем три дифференциальных уравнения:

$$-\frac{\partial p}{\partial x}+\rho X=0$$
$$-\frac{\partial p}{\partial y}+\rho Y=0 \qquad (2.19)$$
$$-\frac{\partial p}{\partial z}+\rho Z=0$$

Система уравнений (2.19) равновесия жидкости относится как к несжимаемой, так и к сжимаемой жидкости.

Эта система уравнений впервые была получена Эйлером в 1755 г.

2.6. Основное дифференциальное уравнение гидростатики

Умножая первое уравнение (2.19) на dx и последующие на dy и dz, после суммирования получаем:

$$-\frac{\partial p}{\partial x}dx+\frac{\partial p}{\partial y}dy+\frac{\partial p}{\partial z}dz+\rho\ Xdx+Ydy+Zdz=0, \qquad (2.20)$$

где dx, dy, dz – дифференциалы координат, а не ускорений X, Y, Z.

Так как гидростатическое давление p является функцией только координат, т.е. независимых переменных x, y, z, то первый трехчлен уравнения (2.20) как сумма всех трех частных дифференциалов представляет собой полный дифференциал.

Следовательно,

$$dp=\rho\ Xdx+Ydy+Zdz\ . \qquad (2.21)$$

Это уравнение является основным дифференциальным уравнением равновесия жидкости.

Так как dp есть полный дифференциал, то для однородной жидкости (при ρ = const) и трехчлен ($Xdx + Ydy + Zdz$) – тоже полный дифференциал некоторой функции $U(x,y,z)$.

Следовательно,

$$Xdx+Ydy+Zdz=dU\ \ x,y,z\ . \qquad (2.22)$$

Частные производные функции $U(x, y, z)$ взятые по x, y, z равны проекциям ускорений массовых сил на соответствующие оси:

$$X=\frac{\partial U\ \ x,y,z}{\partial x}$$
$$Y=\frac{\partial U\ \ x,y,z}{\partial y} \qquad (2.23)$$
$$Z=\frac{\partial U\ \ x,y,z}{\partial z}$$

Рассматривая X, Y, Z не как проекции ускорения, а как проекции объемной силы, отнесенной к единице массы, назовем функцию $U = f(x, y, z)$ потенциальной, или силовой функцией.

Уравнение (2.21) содержит две неизвестные величины p и ρ.

Связь p, ρ с температурой T может быть выражена характеристическим уравнением.

Так для газов

$$\rho = \frac{p}{RT}. \qquad (2.24)$$

Для несжимаемой жидкости характеристическое уравнение имеет вид:

$$\rho = \text{const}.$$

В этом случае плотность ρ можно считать известной, тогда уравнение (2.24) не требуется.

2.7. Поверхность уровня

Поверхность, точки которой имеют одинаковые значения данной функции, называется поверхностью уровня. К поверхности равного уровня относятся:

– поверхности равного давления;

– изотермические поверхности (поверхности равной температуры);

– поверхности равной плотности и т.д.

В гидравлике рассматриваются поверхности равного давления.

Принимая p = const ($dp = 0$) в основном уравнении гидростатики (2.21), с учетом того, что для жидкости $\rho \neq 0$, получим:

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0 \qquad (2.25)$$

Уравнение (2.25) является дифференциальным уравнением поверхности уровня (здесь x, y, z являются функциями координат).

Поверхности уровня обладают следующими свойствами:

Первое свойство поверхности уровня заключается в том, что две различные поверхности уровня не пересекаются между собой.

Второе свойство – внешние массовые (объемные силы) направлены по нормали к поверхности уровня.

2.8. Равновесие жидкости в поле земного тяготения

В качестве объемной силы в поле земного тяготения выступает сила тяжести.

Полное ускорения объемных сил равно ускорению свободного падения: $g = 9{,}81$ м/с^2.

В выбранной системе координат проекции единичной объемной силы на оси Ox, Oy и Oz будут следующими:

$$X = 0;\ Y = 0;\ Z = -g.$$

Знак «минус» в ускорении свободного падения соответствует направлению силы тяжести в отрицательную сторону оси Oz.

Подставляя значения X, Y, Z в уравнение поверхности уровня (2.25), получим

$$-gdz = 0 \qquad (2.26)$$

и, следовательно,

$$z = c = \text{const} \tag{2.27}$$

где c – произвольная постоянная.

Уравнение (2.27) является уравнением семейства горизонтальных плоскостей.

Таким образом, поверхностью уровня (поверхность равного давления) в однородной покоящейся жидкости будет любая горизонтальная плоскость, в том числе и свободная поверхность, независимо от формы сосуда или водоема. Горизонтальной плоскостью будет также граница раздела двух несмешивающихся жидкостей (рис. 2.3).

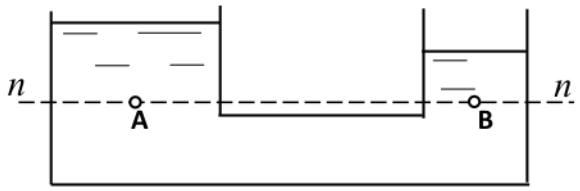


Рис. 2.3

Так, давление в точке A равно давлению в точке B, так как обе точки лежат на одной и той же поверхности уровня (поверхности равного давления).

2.9. Основное уравнения равновесия жидкости в поле земного тяготения. Закон Паскаля

Воспользуемся основным дифференциальным уравнением гидростатики (2.21):

$$dp = \rho\,(Xdx + Ydy + Zdz).$$

Учитывая, что при действии силы тяжести на выделенный объем жидкости $X = 0$; $Y = 0$; $Z = -g$, получим

$$dp = -\rho g dz \tag{2.28}$$

или

$$\frac{dp}{\rho g} = -dz$$

Принимая ρ = const для несжимаемой жидкости, после интегрирования получим

$$\frac{p}{\rho g} + z = C = \text{const}. \tag{2.29}$$

Постоянную интегрирования найдем из граничных условий. Для свободной поверхности жидкости имеем:

$$p = p_0 \text{ и } z = z_0$$

где p_0 – давление на свободной поверхности жидкости, обычно $p_0 = p_{атм}$.

Следовательно

$$C = \frac{p_0}{\rho g} + z. \tag{2.30}$$

Решая совместно уравнения (2.29) и (2.30), получаем

$$\frac{p}{\rho g} + z = \frac{p_0}{\rho g} + z_0 = H' = \text{const.} \qquad (2.31)$$

Уравнение (2.31) называется основным уравнением равновесия жидкости в поле тяготения.

Обычно уравнение (2.31) записывается в форме

$$p = p_0 + \rho g \ z_0 - z \ . \qquad (2.32)$$

Это свойство жидкости положено в основу закона Паскаля, который формулируется следующим образом: давление, которое возникает на граничной поверхности жидкости, находящейся в равновесии, передается всем частицам этой жидкости по всем направлениям без изменения передаваемого давления.

Анализируя основное уравнение гидростатики можно сделать следующие выводы:

1. Гидростатическое давление есть сумма внешнего p_0 давления, действующего на свободной поверхности и весового $\rho \cdot g \cdot h$ давления, создаваемого весом столба жидкости высотой *h*;
2. Внешнее давление p_0 не зависит от координат рассматриваемых точек, то есть оно передается во все точки покоящейся жидкости без изменения, поэтому жидкость используется как среда для передачи давления. На этом свойстве жидкости основано действие гидравлических машин (гидропрессы, силовые цилиндры, гидродомкраты);
3. Весовое давление $\rho \cdot g \cdot h$ является функцией координат точки. С увеличением заглубления точки под свободную поверхность, давление возрастает;
4. Внешнее давление p_0 может быть больше атмосферного, меньше атмосферного и равно атмосферному. Если численное значение p_0 определено с учетом атмосферного, то давление *p* по формуле (2.15) будет абсолютным; если p_0 определено без учета атмосферного, то *p* будет избыточным давлением.

2.10. Пьезометрическая высота

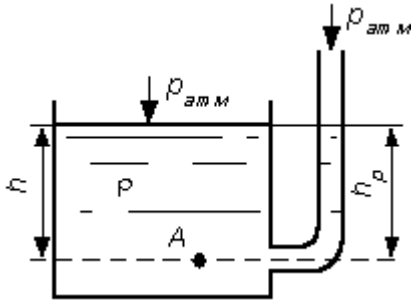


Рис 2.4. Условие равновесия для открытого сосуда

Рассмотрим условия равновесия для открытого сосуда, заполненного жидкостью, к которому в точке А присоединена открытая сверху трубка (рис. 2.4). Под действием весового или избыточного давления $\rho \cdot g \cdot h$, жидкость поднимается в трубке на высоту h_p. Указанная трубка называется пьезометром, а высота h_p –

пьезометрической высотой.

Представим основное уравнение гидростатики относительно плоскости, проходящей через точку А. Давление в точке А со стороны сосуда определяется как:

$$p_A = p_{атм} + \rho \cdot g \cdot h \qquad (2.33)$$

со стороны пьезометра:

$$p_A = p_{атм} + \rho \cdot g \cdot h_p \qquad (2.34)$$

тогда:

$$p_{атм} + \rho \cdot g \cdot h = p_{атм} + \rho \cdot g \cdot h_p \qquad (2.35)$$

Или

$$h = h_p \qquad (2.36)$$

2.11. Вакуумметрическая высота

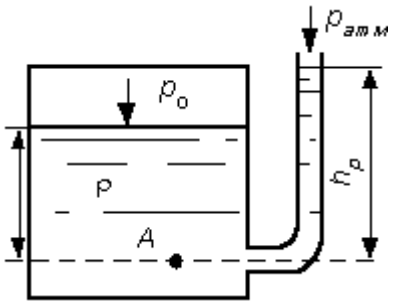


Рис 2.5. Условие равновесия для закрытого сосуда

Рассмотрим условия равновесия теперь для закрытого сосуда, где давление на свободной поверхности p_0 больше атмосферного давления $p_{атм}$ (рис. 2.5).

Под действием давления p_0 большего $p_{атм}$ и весового давления $\rho \cdot g \cdot h$ жидкость поднимается в пьезометре на высоту h_p большую, чем в случае открытого сосуда.

Давление в точке А со стороны сосуда:

$$p_A = p_0 + \rho \cdot g \cdot h \qquad (2.37)$$

со стороны открытого пьезометра:

$$p_A = p_{атм} + \rho \cdot g \cdot h_p \qquad (2.38)$$

Тогда

$$p_0 + \rho \cdot g \cdot h = p_{атм} + \rho \cdot g \cdot h_p \qquad (2.39)$$

из этого равенства получаем выражение для h_p:

$$h_p = \frac{(p_0 - p_{атм}) + \rho \cdot g \cdot h}{\rho \cdot g} = \frac{(p_0 - p_{атм})}{\rho \cdot g} + h \qquad (2.40)$$

Анализируя полученное выражение, устанавливаем, что и в этом случае пьезометрическая высота соответствует величине избыточного давления в точке присоединения пьезометра. В данном случае избыточное давление состоит из двух слагаемых: внешнего избыточного давления на свободной поверхности $p'_0 = p_0 - p_{атм}$ и весового давления $\rho \cdot g \cdot h$.

$$h_p = \frac{p'_0 + \rho \cdot g \cdot h}{\rho \cdot g} = \frac{p'_0}{\rho \cdot g} + h \qquad (2.41)$$

Избыточное давление может быть и отрицательной величиной, называемой разряжением или вакуумом.

В этом случае:

$$p_{вак} = -p_{изб} \qquad (2.42)$$

$$p_{изб} = p_{абс} - p_{атм} \qquad (2.43)$$

$$p_{вак} = -p_{изб} = p_{атм} - p_{абс} \qquad (2.44)$$

Вакуум – это недостаток давления до атмосферного.

Пусть в резервуаре 1 (рис. 2.6) абсолютное давление меньше атмосферного (например, откачана часть воздуха при помощи вакуум-насоса). В резервуаре 2 находится жидкость, и резервуары соединены изогнутой трубкой 3. На поверхности жидкости в резервуаре 2 действует атмосферное давление.

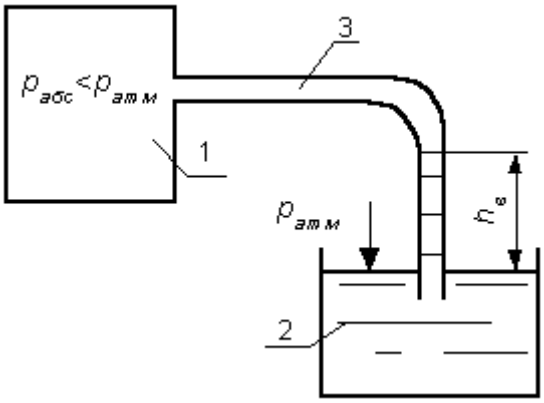


Рис.2.6. Ваккумметрическая высота

Так как в резервуаре 1 давление меньше атмосферного то жидкость поднимается в трубке 3 на какую-то высоту, которая называется вакуумметрической высотой и обозначается $h_в$.Величина $h_в$ может быть определена из условия равновесия:

$$p_{атм} = p_{абс} + \rho \cdot g \cdot h_в \qquad (2.45)$$

$$h_в = \frac{p_{атм} - p_{абс}}{\rho \cdot g} \qquad (2.46)$$

Максимальное значение вакуумметрического давления составляет 98,1 кПа или 10 м.в.ст., но практически давление в жидкости не может быть меньше давления паров насыщения и равно 7–8 м.в.ст.

2.12. Условия равновесия жидкости в сообщающихся сосудах

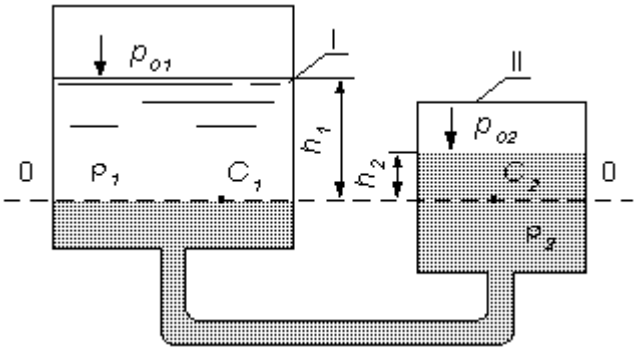


Рис. 2.7. Сообщающиеся сосуды

Рассмотрим два сообщающихся сосуда, наполненных различными, не смачивающимися между собой жидкостями (рис. 2.7).

Сосуды закрыты, давления P_{o1} и P_{o2} – на поверхности жидкостей в сосудах I и II различны. Линия О-О – линия раздела разнородных

жидкостей. Горизонтальная плоскость, проходящая через линию О-О, является плоскостью равного давления. Определим величину гидростатического давления в точках C_1 и C_2, лежащих на плоскости равного давления. Согласно основному уравнению гидростатики:

$$p_{C1} = p_{O1} + \rho_1 \cdot g \cdot h_1 \quad (2.47)$$

$$p_{C2} = p_{O2} + \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \quad (2.48)$$

где h_1 и h_2 – возвышение поверхности жидкостей в сосудах I и II над плоскостью О-О; ρ_1 и ρ_2 – плотности жидкостей.

Очевидно, что:

$$p_{C_1} = p_{C_2}$$

$$p_{O_1} + \rho_1 \cdot g \cdot h_1 = p_{O_2} + \rho_2 \cdot g \cdot h_2 \quad (2.49)$$

$$p_{O_1} - p_{O_2} = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 - \rho_1 \cdot g \cdot h_1 \quad (2.50)$$

Зависимость (2.50) характеризует условия равновесия жидкостей в сообщающихся сосудах. Она позволяет решать частные задачи.

На законе Паскаля основан принцип действия различных гидравлических устройств, с помощью которых давление передается на расстояние.

К таким устройствам относятся: гидравлические прессы, гидроподъемники, гидродомкраты, гидравлические аккумуляторы, гидравлические тормозные системы, гидромультипликаторы и др.

В качестве примера рассмотрим работу гидравлического пресса.

Гидравлический пресс применяют для получения больших сжимающих усилий, что необходимо, например, для деформации металлов при обработке давлением (прессование, ковка, штамповка), при испытании различных материалов, уплотнении рыхлых материалов, в технологических процессах по обезвоживанию осадков и т.д.

Принципиальная схема пресса представлена на рис 2.8.

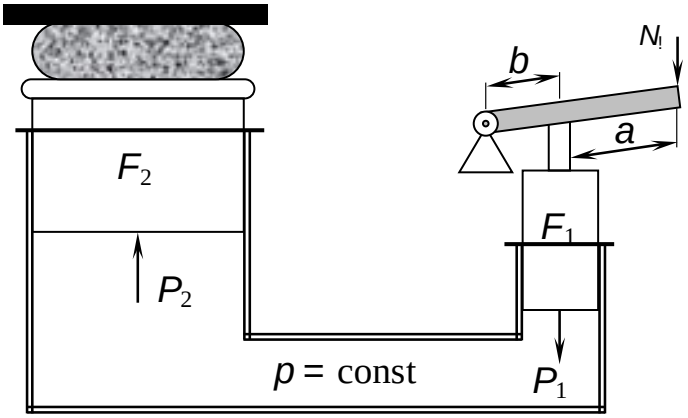


Рис. 2.8

К поршню площадью F приложена сила P_1, которая передается жидкости, создавая давление p_1:

$$p_1 = \frac{P_1}{F_1}.$$

По закону Паскаля давление передается на поршень площадью F_2, создавая полезную силу, под действием которой прессуется материал:

$$p_2 = p_1 = \frac{P_2}{F_2}.$$

Следовательно

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{F_1}{F_2} \tag{2.51}$$

или

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{d_1^2}{d_2^2} \tag{2.52}$$

Из формулы (2.52) видно, что отношение усилий на малом и большом поршнях пропорционально квадрату отношения диаметров поршней.

Например, если диаметр большого поршня в десять раз больше диаметра малого поршня, то полезное усилие на большом поршне будет в 100 раз больше, чем на малом.

2.14. Приборы для измерения давления

Приборы для измерения гидростатического давления можно подразделить на две группы: жидкостные и механические.

К приборам жидкостного типа относятся: пьезометр, ртутные манометры, поршневые манометры, дифференциальные манометры, микроманометры, вакуумметры.

К приборам механического типа относятся пружинные и мембранные манометры.

Простейшим прибором жидкостного типа является пьезометр (рис. 2.9).

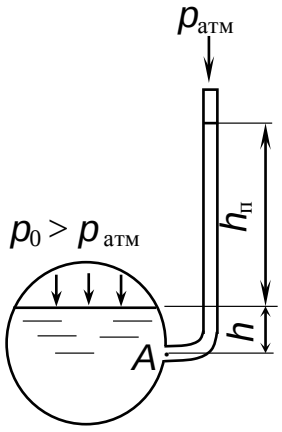


Рис. 2.9

Пьезометр представляет собой стеклянную трубку диаметром не менее 5 мм, открытую с одного конца. Второй конец трубки присоединен к сосуду, в котором измеряется давление.

При $p_0 > p_{атм}$ на свободной поверхности жидкости в сосуде жидкость в пьезометре поднимается выше уровня в сосуде на некоторую высоту $h_п$.

Гидростатическое давление в точке A на глубине h от свободной поверхности определяется по основному уравнению гидростатики:

$$p_A = p_{атм} + \rho g(h_п + h).$$

Отсюда

$$h_п + h = \frac{(p_A - p_{атм})}{\rho g}.$$

Учитывая, что

$$p_A = p_0 + \rho g h ,$$

находим

$$p_0 = p_{атм} + \rho g h_п .$$

Таким образом, пьезометрическая высота характеризует избыточное давление в сосуде и может быть мерой для определения его значения. Измерение давления пьезометрами весьма удобно и часто применяется в технике измерений, так как пьезометр очень чувствительный и точный прибор.

При измерении давления надо иметь в виду следующие соотношения: давление в 1 Па соответствует 0,0075 мм рт. ст. или 0,102 мм вод. ст.

Пьезометры применяются при измерении небольших давлений, так как высота трубки пьезометра ограничена.

При более высоких давлениях используют жидкостные манометры, в которых давление уравновешивается не жидкостью, находящейся в сосуде, а жидкостью большей плотности, например, ртутью, так как ее плотность в 13,6 раза больше плотности воды.

Ртутный манометр (рис. 2.10) представляет U-образную стеклянную трубку, изогнутое колено которой заполняется ртутью.

Давление жидкости p_0 в сосуде уравновешивается столбом ртути $h_{рт}$. Для точки A имеем

$$p_A = p_0 + \rho g h .$$

Для точки B $p_B = p_{атм} + \rho_{рт} g h_{рт}$. Так как $p_A = p_B$, приравнивая выражения правой части уравнений, получим

$$p_0 = p_{атм} + \rho_{рт} g h_{рт} - \rho g h ,$$

где $\rho_{рт}$, ρ - плотность ртути и жидкости соответственно в сосуде.

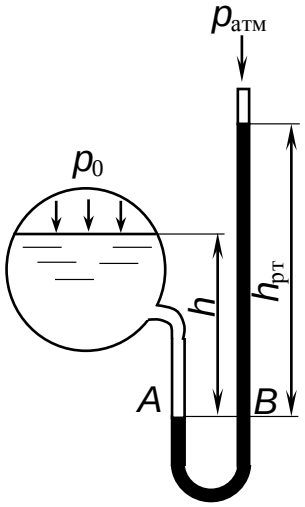


Рис. 2.10

Для измерения высоких давлений применяют поршневой манометр (рис. 2.11), представляющий собой обращенный гидравлический пресс.

Поршневой манометр состоит из входной трубки 1 для входного давления ρ_0, поршня 2, металлической пластины 3, резиновой диафрагмы 4, соприкасающейся с водой, короткого колена манометра 5, открытой трубки 6, которые заполнены ртутью.

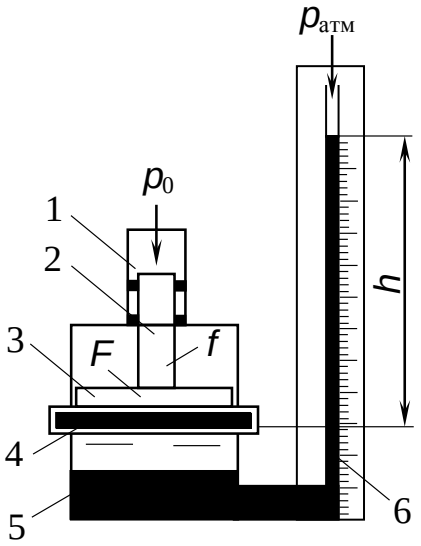


Рис. 2.11

Обозначая площадь поршня f, площадь металлической пластины F, высоту ртути в манометрической трубке h, найдем выражение для определения давления p_0 согласно уравнению равновесия:

$$p_0 = \rho_{рт} gh\left(\frac{F}{f}\right).$$

Видно, что поршневой манометр при сравнительно малой высоте ртутного столба позволяет измерять весьма высокие давления.

Для измерения разности давления в двух сосудах применяется дифференциальный манометр (рис. 2.12).

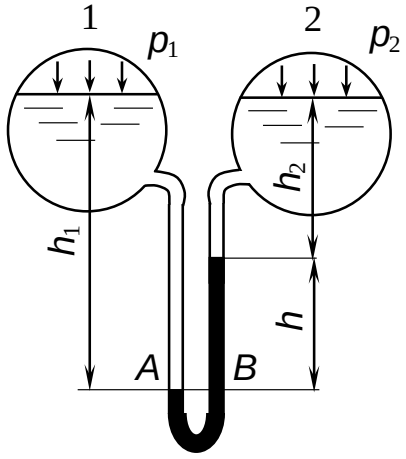


Рис. 2.12

Он также используется при измерении разности давления в двух точках жидкости в одном и том же сосуде.

Давление в левом колене в точке A

$$p_A = p_1 + \rho_1 gh_1 = p_2 + \rho_1 gh_2 + \rho_{рт} gh .$$

Отсюда

$$p_1 - p_2 = \rho_1 g(h_2 - h_1) + \rho_{рт} gh$$

или

$$p_1 - p_2 = (\rho_{рт} - \rho_1)gh ,$$

т.к. $h_2 - h_1 = h$.

Микроманометры используются при измерении низких давлений с повышенной точностью.

Микроманометры с наклонной шкалой представлены на рис. 2.13.

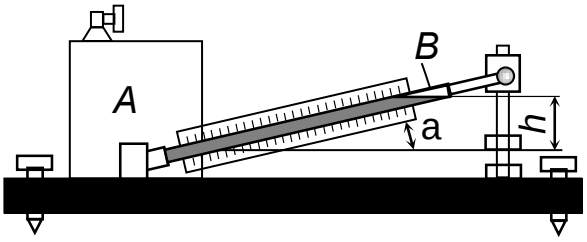


Рис. 2.13

Манометр состоит из резервуара A, присоединенного к сосуду, в котором измеряется давление, и манометрической трубки B, угол наклона которой к горизонту α можно изменять.

Давление у основания трубки определяется выражением:

$$p = \rho g \ell \sin \alpha ,$$

где ℓ – длина трубки B.

При этом B значительно больше h и тем больше, чем меньше угол α, поэтому микроманометр обладает значительно большей точностью, чем обычный манометр.

Для измерения вакуума служат приборы, называемые вакуумметрами.

Вакуумметр (рис. 2.14) представляет собой изогнутую трубку.

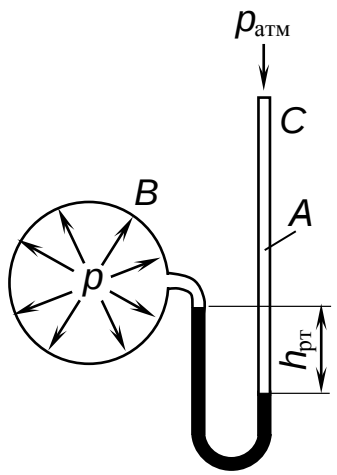


Рис. 2.14

Конец трубки A присоединен к сосуду B, в котором измеряется вакуум.

Трубка с открытым концом сообщается с атмосферой. Применяя основное уравнение гидростатики $p = p_{атм} - \rho_{рт} \cdot q h_{рт}$, находим высоту $h_{рт} = \dfrac{p_{атм} - p}{\rho q}$, соответствующую вакууму в сосуде, которую обычно называют вакуумметрической высотой и обозначают $h_{вак}$.

Применение рассмотренных приборов жидкостного типа ограничивается областью сравнительно невысоких давлений. В основном, их используют в лабораторной практике.

Для измерения высоких давлений применяют механические приборы. Существуют два типа приборов: пружинные и мембранные.

2.15. Примеры решения задач

Пример 1. Определить усилие, которое развивает гидравлический пресс, имеющий d_2 = 250 мм, d_1 = 25 мм, a = 1м и b = 0,1м, если усилие, приложенное к рукоятке рычага рабочим, N = 200 Н, а КПД равен 0,8.

Решение: Сила P_2 определяется по формуле

$$P_2 = \eta N \frac{a + b}{b} \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 = 0{,}8 \cdot 200 \frac{1 + 0{,}1}{0{,}1} \left(\frac{250}{25} \right)^2 = 176 \text{ кН.}$$

Пример 2. Гидромультипликатор (рис 2.15) служит для повышения давления p_1, передаваемого насосом или аккумулятором давления.

Определить давление p_2 при следующих данных: G = 300 кг, D = 125 мм, p_1 = 10 кг/см^2, d = 50 мм. Силами трения в уплотнениях пренебречь.

Решение:

Из условия равновесия цилиндра 2 имеем

$$\frac{\pi D^2}{4} p_1 = \frac{\pi d^2}{4} p^2 + G .$$

Отсюда

$$p_2 = p_1 \left(\frac{D}{d}\right)^2 - \frac{4G}{\pi d^2} = 10 \cdot \left(\frac{125}{50}\right)^2 - \frac{4 \cdot 300}{\pi \cdot 5^2} = 47,22 \ \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} .$$

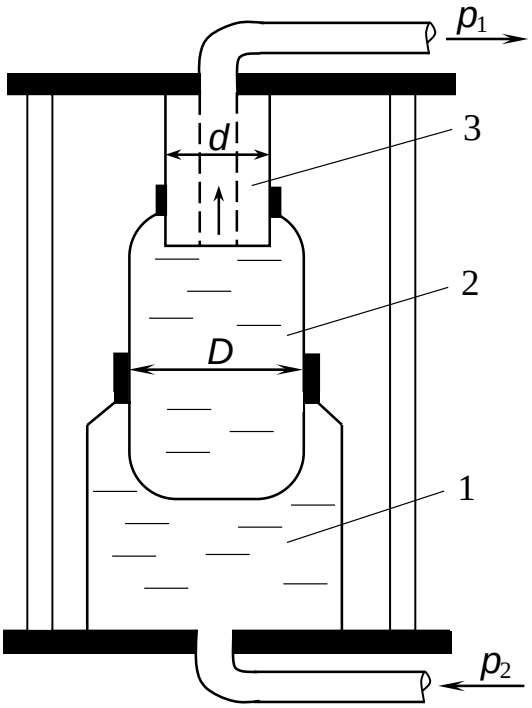


Рис 2.15

Пример 3. Определить $h_{вак}$ и построить эпюры вакуумметрического и абсолютного давлений на стенку водяного вакуумметра, если $p_{абс} = 0{,}85 \cdot 10^5$ Па, а в нижнем резервуаре вода.

Решение:

$$h_{вак} = \frac{p_{атм} - p_{абс}}{\rho g} = \frac{(0{,}981 - 0{,}85) \cdot 10^5}{9{,}81 \cdot 10^3} = 1{,}34 \ \text{м}.$$

Эпюры вакуумметрического и абсолютного давлений построены на рис. 2.16.

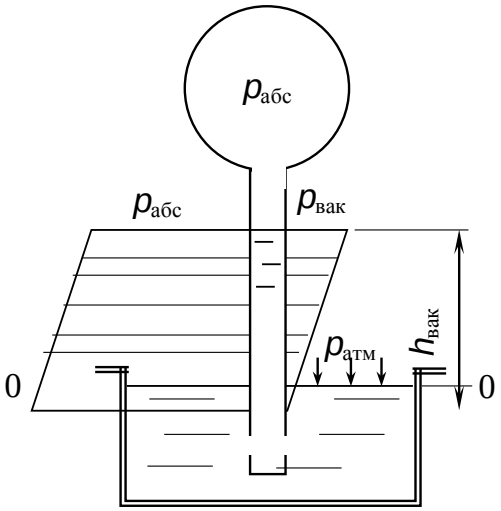


Рис. 2.16

Пример 4. Определить показания жидкостного манометра, присоединенного к резервуару с водой, на глубине h = 1 м, если по показаниям пружинного манометра давление $p_м$ = 0,25·10^5 Па (рис. 2.17).

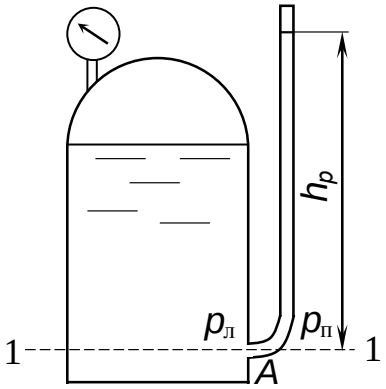


Рис. 2.17

Решение:

Так как пружинный манометр показывает 0,25·10^5 Па, то

$$p_0 = p_{атм} + 0{,}25 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

В сечении 1-1 $p_л = p_п$, но при этом

$$p_л = p_0 + \rho g h \quad и \quad p_п = p_{атм} + \rho g h_р .$$

Отсюда

$$p_0 + \rho g h = p_{атм} + \rho g h_р$$

или

$$p_{атм} + 0{,}25 \cdot 10^5 + \rho g h = p_{атм} + \rho g h_р ;$$

отсюда

$$h_м = \frac{2{,}5 \cdot 10^4 + \rho g h}{\rho g} = \frac{2{,}5 \cdot 10^4 + 10^3 \cdot 9{,}81 \cdot 1}{10^3 \cdot 9{,}81} = 3{,}54 \text{ м} .$$

3. ОТНОСИТЕЛЬНОЕ РАВНОВЕСИЕ ЖИДКОСТИ В ПОЛЕ СИЛ ТЯЖЕСТИ

3.1. Сведения из теории

Относительным равновесием жидкости называется такое состояние, при котором каждая ее частица сохраняет свое положение относительно твердой стенки движущегося сосуда.

При относительном равновесии надо решить две задачи.

1. Определить форму поверхности уровня.
2. Установить характер распределения давления.

Решение этих задач основано на дифференциальных уравнениях равновесия, приведённых ранее.

При относительном равновесии следует учитывать силы инерции, дополняющие систему массовых сил, действующих в жидкости, находящейся в состоянии абсолютного покоя.

Рассмотрим некоторые частные случаи равновесного движения.

3.1.1. Относительный покой при прямолинейном движении на наклонной плоскости

Рассмотрим движение резервуара с жидкостью с постоянным ускорением *a* по наклонной плоскости, образующей угол а с горизонтальной плоскостью (рис. 3.1).

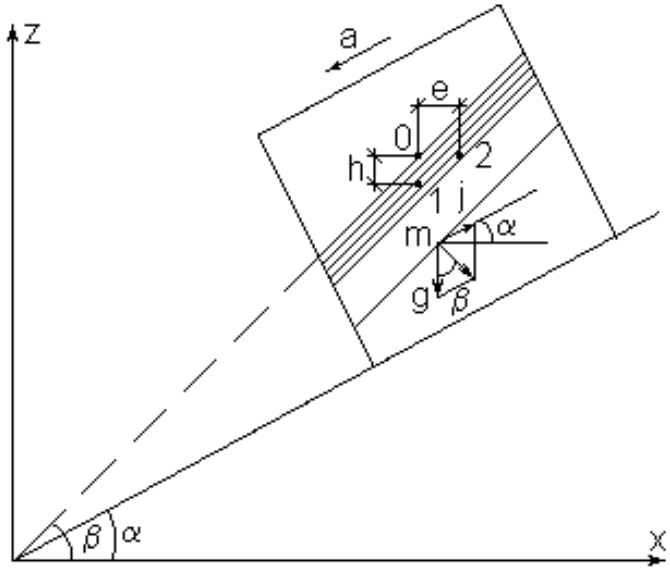


Рис. 3.1. Поступательное движение по наклонной плоскости

Жидкость в движущемся резервуаре находится под действием силы давления, силы тяжести и силы инерции переносного движения. Ускорение силы инерции $j = a$ и направлено в сторону, обратную ускорению резервуара *a*. Результирующий вектор массивных сил

определяется диагональю параллелограмма, построенного на ускорениях сил тяжести g и инерции j.

Элемент поверхности равного давления перпендикулярен к диагонали параллелограмма и образует с горизонтом угол β, тангенс, которого равен

$$tg\beta = \frac{j \cdot \cos\alpha}{g - j \cdot \sin\alpha} \tag{3.1}$$

Таким образом, поверхности равного давления, образуют семейство параллельных плоскостей с углом наклона к горизонту β.

Необходимо учесть, что если резервуар движется равномерно $a = 0$, то и $\beta = 0$. В этом случае поверхности равного давления представляют семейство горизонтальных плоскостей.

Если резервуар перемещается под действием силы тяжести (при условии, что сила трения резервуара о плоскость равна 0), то $j = g \cdot sin\alpha$, $tg\beta = tg\alpha$ и $\beta = \alpha$, а поверхности равного давления образуют семейство плоскостей, параллельных плоскости скатывания.

Если резервуар перемещается с ускорением, но вертикально $\alpha = 90^{\circ}$, то $tg\beta = 0, \beta = 0$, а поверхности равного давления образуют семейство горизонтальных плоскостей.

Найдем закон распределения давления в вертикальной плоскости $x = const$. Учитывая, что система координат перемещается вместе с резервуаром, y=0, а для выбранной плоскости и dx=0, уравнение (2.6) примет вид:

$$dp = \rho \cdot Z \cdot dz \tag{3.2}$$

В этом случае $Z = j \cdot \sin\alpha - g$.

Тогда

$$dp = \rho \cdot (j \cdot \sin\alpha - g) \cdot dz,$$

$$\frac{dp}{\rho(g - j \cdot \sin\alpha)} + dz = 0 \tag{3.3}$$

После интегрирования имеем:

$$\frac{p}{\rho(g - j \cdot \sin\alpha)} + z = const \tag{3.4}$$

Для двух точек 0 и 1 с координатами z_o и z_1 имеем:

$$\frac{p_0}{\rho(g - j \cdot \sin\alpha)} + z_0 = z_1 + \frac{p_1}{\rho(g - j \cdot \sin\alpha)} \tag{3.5}$$

или

$$p_1 = p_0 + \rho(g - j \cdot \sin\alpha) \cdot h \tag{3.6}$$

По аналогии получаем распределение давления в горизонтальной плоскости:

$$W = 0{,}785 \cdot d^2 \cdot L, \tag{3.7}$$

если α = 0, то имеем

$$p_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h; \qquad p_2 = p_0 + \rho \cdot j \cdot e \tag{3.8}$$

а свободная поверхность имеет угол наклона к горизонту (3.1)

$$tg\beta = \frac{j}{g} \tag{3.9}$$

При свободном падении резервуара $a = g$, $j = g$ и $p_1 = p_2 = p_0$, то есть во всем объеме давление одинаково.

3.1.2 Относительный покой при вращении вокруг вертикальной оси

Рассмотрим случай, когда жидкость в цилиндрическом сосуде вращается относительно оси z с постоянной угловой скоростью ω. Форму свободной поверхности можно найти из общего дифференциального уравнения поверхности уровня:

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0 \tag{3.10}$$

С учетом осесимметричности движения относительно оси oz уравнение (3.10) можно записать в цилиндрических координатах:

$$Rdr + Zdz = 0 \tag{3.11}$$

где $Z = -g$ - ускорение свободного падения; R – проекция ускорения центробежной силы, равного $j = \frac{u^2}{r}$, здесь u – окружная скорость; r – радиус вращения.

Учитывая, что $u = \omega r$, получим:

$$R = j = \frac{u^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r .$$

Очевидно, что уравнение поверхности в данном случае имеет вид:

$$\omega^2 rdr - gdz = 0 .$$

Интегрируя это уравнение, получим

$$\frac{\omega^2 r^2}{2} - gz = c$$

или

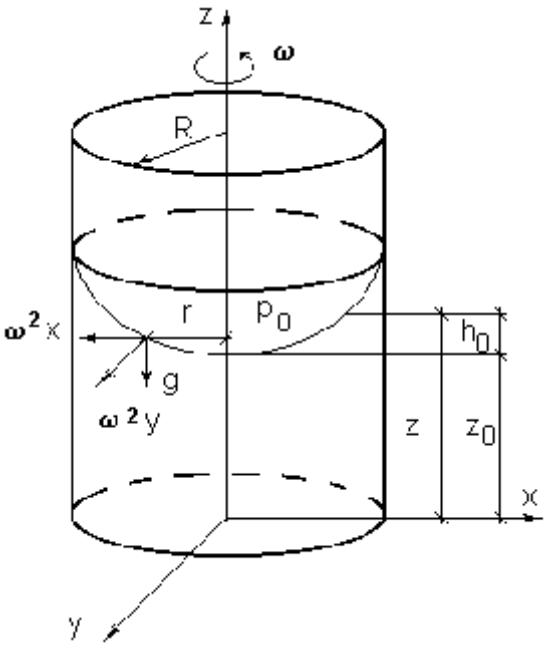


Рис. 3.2. Вращательное движение

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + c. \tag{3.12}$$

Уравнение (3.12) представляет собой параболу в плоскости ro_z.

Очевидно, что для всей массы жидкости поверхность уровня будет параболоидом вращения.

Постоянная c находится из граничных условий. Так, при $r = 0$ из уравнения (3.12) получаем:

$$c = z_0. \tag{3.13}$$

С учетом равенства (3.13) уравнение свободной поверхности имеет вид:

$$z = z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} = h, \tag{3.14}$$

где h – глубина на расстоянии r от оси вращения.

Таким образом, глубина h увеличивается с увеличением расстояния от оси.

Закон распределения давления находим из уравнения

$$dp = \rho\ Xdx + Ydy + Zdz\ .$$

Трехчлен правой части выразим в виде

$$Xdx + Ydy + Zdz = \omega^2 rdr - gdz.$$

Тогда

$$dp = \rho\ \omega^2 rdr - gdz\ = \rho g\ \frac{\omega^2 rdr}{g} - dz$$

или

$$\frac{dp}{\rho g} = \frac{\omega^2 rdr}{g} - dz.$$

После интегрирования и изменения порядка слагаемых получим

$$\frac{p}{\rho g} = -z + \frac{\omega^2 r^2}{2g} + c. \tag{3.15}$$

Найдем постоянную интегрирования c, принимая $r = 0$, $z = h_0$ и $p = p_0$,

$$c = \frac{p_0}{\rho g} + h_0. \tag{3.16}$$

Подставляя формулу (3.16) в уравнение (3.15), получим

$$\frac{p - p_0}{\rho g} + z = h_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

или

$$\frac{p_{\text{изб}}}{\rho g} + z = h_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}. \tag{3.17}$$

Из уравнения (3.17) видно, что для любого заданного r = const, закон распределения давления по высоте является линейным, т.е. таким же, как и без вращения:

$$h_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} = const; \quad \frac{p_{\text{изб}}}{\rho g} + z = c.$$

3.1.3. Равновесие тела в покоящейся жидкости

Закон Архимеда

Определим силу давления со стороны жидкости на погруженное в нее тело (рис. 3.3).

Рассмотрим тело, погруженное в жидкость объемом V и плотностью ρ_1 .

Плотность жидкости ρ. Поверхностные силы P_{x_1} и P_{x_2} взаимно уравновешены.

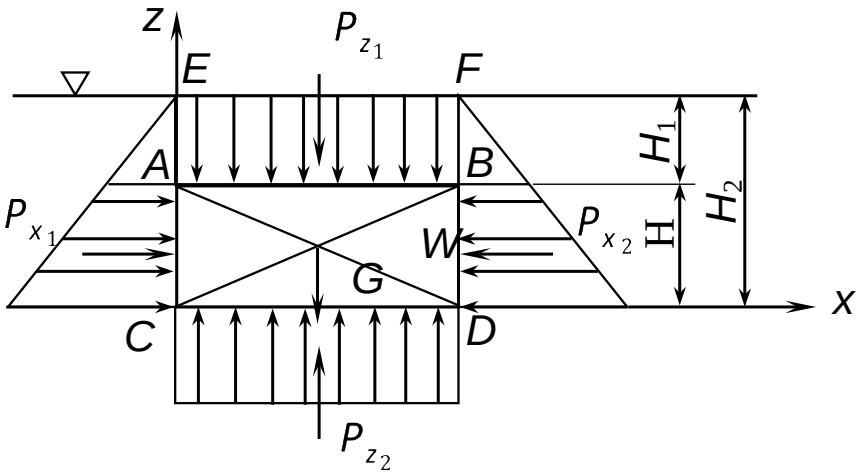


Рис. 3.3

Вертикальные силы давления, действующие на поверхности *AB* и *CD*, равны весу жидкости в объеме соответствующего тела давления:

$$P_{z_1} = \rho \cdot g \cdot V_{AEFB} \quad \text{и} \quad P_{z_2} = \rho \cdot g \cdot V_{DEF},$$

где ρ - плотность жидкости; V – объем соответствующего тела давления.

Равнодействующая этих сил

$$P = P_{z_2} - P_{z_1} = \rho \cdot g \cdot \ V_{DEFC} - V_{AEFB} \ = \rho \cdot g \cdot V_{ABCD}. \tag{3.18}$$

Сила P называется Архимедовой силой и направлена вверх.

Формула (3.18) отражает закон Архимеда: **на погруженное в жидкость тело действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной им жидкости.**

Силу P называют взвешивающей силой, подъемной силой или водоизмещением, а точку ее приложения к телу, соответствующую центру давления, называют центром водоизмещения.

При полном погружении тела в однородную жидкость сила P зависит не от глубины погружения, а только от плотности жидкости (если ρ = const) и от объема тела $V_т$.

Линия действия Архимедовой силы P проходит через центр тяжести объема вытесненной жидкости $V_в$.

Рассмотрим условия равновесия плавающих тел.

Условия равновесия погруженного в жидкость тела определяются характером погружения тела и соотношением действующих на тело вертикальных сил: веса тела $G = \rho_1 \cdot g \cdot V_т$ и архимедовой силы:

$$P = \rho \cdot g \cdot V_в,$$

где ρ_1 - плотность тела.

При полном погружении однородного тела под уровень свободной поверхности $V_т = V_в$ центр водоизмещения совпадает с центром тяжести тела, а силы G и P направлены по одной вертикали. Можно выделить три случая:

1) $\rho_1 > \rho$ или G-P = $V_т(\rho_1 - \rho) > 0$, т.е. $G > P$.

Следовательно, тело тонет, т.е. равнодействующая сил направлена вниз.

2) $\rho_1 = \rho$ или G-P = $V_т(\rho_1 - \rho) = 0$, т.е. $G = P$.

В этом случае тело находится в состоянии безразличного равновесия. Равнодействующая сил равна нулю.

3) $\rho_1 < \rho$ или G-P = $V_T(\rho_1 - \rho) < 0$, т.е. $P > G$.

Тело всплывает на поверхность жидкости. Равнодействующая сил направлена вверх.

Все вышеизложенное относится и к подводному плаванию неоднородного тела с той лишь разницей, что центр тяжести его будет лежать ниже центра водоизмещения.

Вес жидкости в объеме погруженной части тела называется водоизмещением, а центр тяжести этого объема D – центром водоизмещения (рис. 3.4).

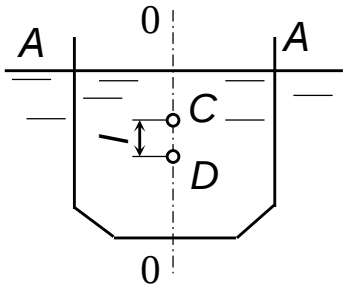


Рис. 3.4

Линия A-A называется ватерлинией, а внутренняя часть – плоскостью плавания. Линия O-O является осью плавания. Расстояние CD называется эксцентриситетом.

Способность плавающего тела восстанавливать начальное положение после воздействия внешней силы называется остойчивостью (рис. 3.5).

$$r_м = \frac{I_0}{V}$$

где I_0 – момент инерции плоскости плавания относительно продольной оси; V – объем водоизмещения.

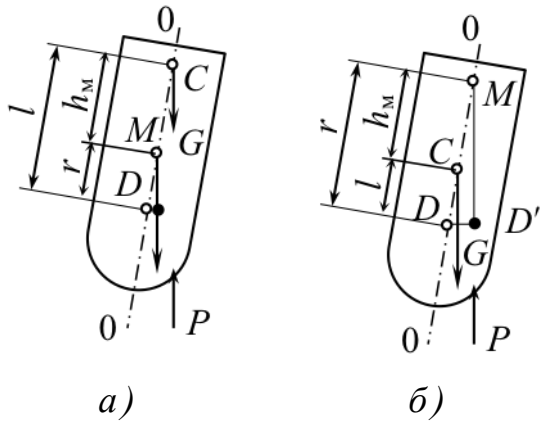


Рис. 3.5.
M – метацентр;
$r_м$ – метацентрический радиус;
$h_м = r_м - l$ – метацентрическая высота

Тогда

$$h_м = \frac{I_0}{V} - l;$$

$h_м > 0$ – плавание остойчивое и
$h_м < 0$– неостойчивое.

3.2. Примеры решения задач

Пример 1. Сосуд с прямоугольным основанием $l \times b$ наполнен водой до высоты h и движется по горизонтальной поверхности с ускорением a (рис. 3.6). Определить избыточное давление воды на дно сосуда у передней и задней стенок в точках 1 и 2.

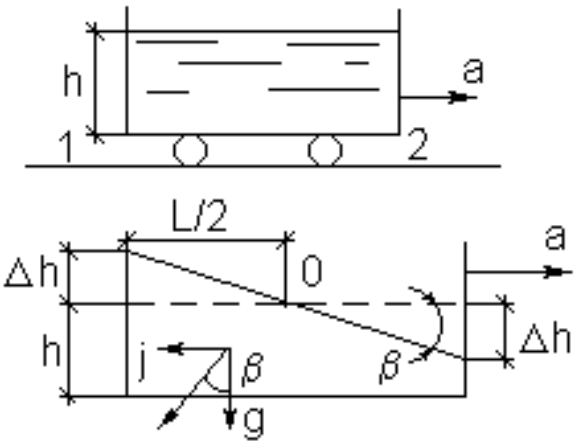


Рис. 3.6.

Решение:

При горизонтальном движении сосуда с ускорением a свободная поверхность жидкости станет наклонной к горизонту под углом β. Так как $a = j$, то $tg\beta = -\frac{a}{g}$. Учитывая, что объем воды не изменяется, поэтому свободная поверхность повернется вокруг оси О, расположенной на середине длины сосуда, а повышение и понижение свободной поверхности у торцовых стенок будет одинаковым и равным Δh .

$$\Delta h = \frac{L}{2} \quad tg\,\beta = \frac{L}{2} \quad \frac{a}{g}.$$

Избыточное давление в точке 1 будет равно:

$$p_1 = \rho \cdot g \quad (h - \Delta h) = \rho \cdot g \quad \left(h - \frac{L}{2} \quad \frac{a}{g}\right).$$

В точке 2 избыточное давление составит:

$$p_2 = \rho \cdot g \cdot (h + \Delta h) = \rho \cdot g \cdot \left(h + \frac{L}{2} \quad \frac{a}{g}\right).$$

Пример 2. Цилиндрический сосуд радиусом R_1 наполнен жидкостью плотностью ρ до уровня *a* в открытой трубке малого диаметра, установленной на крышке сосуда на расстоянии R_2 от центра, и приведен в равномерное вращение относительно центральной вертикальной оси (рис. 3.7). Определить угловую скорость вращения сосуда, при которой избыточное давление под крышкой в центре сосуда будет равно 0.

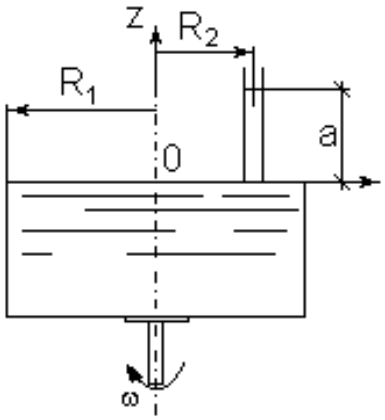


Рис. 3.7.

Решение:

Используя уравнение (3.15) найдем закон распределения избыточного давления в жидкости, заполняющей сосуд, учитывая, что $p_0 = p_{атм}$

$$p_u = \rho \quad \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2} - \rho \cdot g \quad (z - z_0)$$

Z_0 находим, используя граничное условие: $p_u = 0$ при $r = R_2$ и $z = a$.

$$\rho \quad \frac{\omega^2 \cdot R_2{}^2}{2} - \rho \cdot g \quad (a - z_0) = 0$$

откуда

$$z_0 = a - \frac{\omega^2 \cdot R_2{}^2}{2 \cdot g}.$$

Подставляя, Z_0 получим искомый закон распределения давления.

$$p_u = \rho \cdot \frac{\omega^2}{2} \quad \left(r^2 - R_2^2\right) + \rho \cdot g \quad (a - z).$$

Для точек на поверхности крышки z = 0 имеем

$$p_u = \rho \cdot \frac{\omega^2}{2} \quad \left(r^2 - R_2^2\right) + \rho \cdot g \cdot a.$$

Искомую угловую скорость вращения определяем из условия $p_u = 0$ при $p = p_{атм}$.

$$-\rho \quad \frac{\omega^2}{2} \quad R_2^2 + \rho \cdot g \cdot a = 0,$$

откуда

$$\omega = \frac{1}{R_2} \quad \sqrt{2 \cdot g \cdot a}$$

Пример 3. Определить плотность шара ρ, плавающего в сосуде, при полном погружении, если центр тяжести шара лежит в плоскости раздела жидкостей ρ_1 = 1000 кг/м^3 и ρ_2 = 1200 кг/м^3 (рис. 3.8).

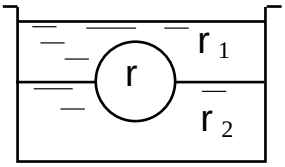


Рис. 3.8

Решение: Обозначим объем шара 2*W*. Так как центр шара находится в плоскости раздела, то ясно, что он вытеснил равные объемы *W* каждой из жидкостей.

Очевидно, что на шар действуют выталкивающие силы: $\rho_1 \cdot g \cdot V$ верхней его половины и $\rho_2 \cdot g \cdot V$ нижней половины. В равновесии алгебраическая сумма силы тяжести $\rho \cdot g_2 \cdot V$ и архимедовых сил равна нулю, т.е.

$$\rho \cdot g_2 \cdot V - \rho_1 \cdot g \cdot V - \rho_2 \cdot g \cdot V = 0 .$$

После сокращения на $g \cdot V$ получим

$$\rho = \frac{(\rho_1 + \rho_2)}{2} = \frac{(1000 + 1200)}{2} = 1100 \quad \text{кг/м}^3.$$

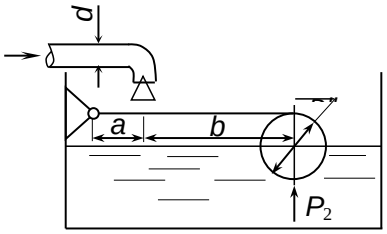


Рис. 3.9

Пример 4. Определить минимально необходимый диаметр шарового поплавка, обеспечивающего автоматическое закрытие клапана при наполнении резервуара, если вода под давлением p = 24,5 · 10^4 Па заполняет резервуар через трубу диаметром *d* = 15 мм, при *a* = 15 мм и *b* = 500 мм.

Собственной массой рычага, клапана и поплавка пренебречь (рис. 3.9).

Решение:

1. Сила, действующая на клапан:

$$P_1 = p \cdot \omega = \frac{p \cdot \pi \cdot d^2}{4} = 24,5 \cdot 10^4 \frac{\pi \cdot (0,015)^2}{4} = 43,3 \text{ Н} \quad .$$

2. Подъемная сила, приложенная к шару:

$$P_2 = P \cdot \left(\frac{a}{a+b} \right) = 43,3 \cdot \left(\frac{100}{100+500} \right) = 7,22 \text{ Н} .$$

3. Необходимый объем поплавка:

$$W = \frac{P_2}{\rho \cdot g} = \frac{7,22}{10^3 \cdot 9,81} = 0,736 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 .$$

4. Диаметр шара:

$$d = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 0,736 \cdot 10^{-3}}{\pi}} = 0,112 \text{ м} = 112 \text{ мм} .$$

4. ЗАДАЧИ

4.1. Физические свойства жидкостей

1.1. Определить объем, занимаемый m = 15000 кг нефти, если плотность нефти ρ = 830 кг/м^3.

1.2. Определить плотность жидкости, если известно, что жидкость занимает объем V = 150 л, при этом масса жидкости m = 122 кг.

1.3. Вычислить плотность жидкости и ее удельный объем, если жидкость находится в емкости массой $m_{емк}$ = 5,5 кг. Масса заполненной жидкостью емкости $m_{общ}$ = 18,9 кг, а ее объем V = 15 л.

1.4. Пикнометр – прибор для определения плотности жидкости методом взвешивания. Плотность жидкости ρ = 1032 кг/м^3 и удельный вес γ жидкости определяется путем двойного измерения массы пикнометра объемом W = 200 см^3 пустого (массою M_0 = 26,5 г) и наполненного жидкостью (массою $M_П$). Определит γ и $M_П$.

1.5. Вычислить массу нефти в цистерне, если к V_1 = 7 м^3 нефти с плотностью ρ_1 = 820 кг/м^3 добавлено V_2 = 2,6 м^3 нефти с плотностью ρ_2 = 795 кг/м^3. Определить, как и на сколько изменится плотность и объем нефти после повышения ее температуры с $t_н$ = 15°С до $t_к$ = 35°С (коэффициент температурного расширения нефти принять равным β_t = 0,00072 1/К).

1.6. Вычислить кинематическую вязкость воды при t_1 = 20°С, если значение динамической вязкости составляет μ = 1,02 · 10^{-3} Па · с (плотность воды при данной температуре принять равной ρ = 998 кг/м^3). Чему будет равна кинематическая вязкость воды после повышения ее температуры на Δt = 2°С?

1.7. Медный шар d = 100 мм весит в воздухе $G_в$ = 45,7 Н, а при погружении в жидкость $G_ж$ = 40,6 Н. Определить плотность жидкости.

1.8. Определить вес $G_г$ труб общей длиной L = 2,9 км, опущенных в скважину, заполненную глинистым раствором плотностью $\rho_г$ = 1630 кг/м^3, если известно, что 1 м таких труб с муфтами в воздухе весит $G_{п.м.}$ = 300 Н. Плотность материала труб $\rho_т$ = 7500 кг/м^3.

1.9. Найти отношение удельных весов воды у поверхности Земли (γ_1) и на такой высоте от поверхности, где ускорение свободного падения g_2 = 4 м/с^2 (γ_2), если у поверхности плотность воды ρ = 1000 кг/м^3.

1.10. Вычислить массу керосина плотностью ρ = 820 кг/м^3, занимающего 90% объема десятилитровой канистры.

1.11. Определить объем, занимаемый m = 15 тоннами воды с температурой 10°С. Как и на сколько изменится занимаемый водой объем после ее нагрева до 22 °С?

1.12. После сжатия воды в цилиндре под поршнем давление в ней увеличилось на 3 кПа. Необходимо определить конечный объем воды в

цилиндре, если ее первоначальный объем составлял $W_1 = 2{,}55$ л, коэффициент объемного сжатия воды $\beta_w = 4{,}75 \cdot 10^{-10}$ 1/Па.

1.13. В резервуар, содержащий 125 м^3 нефти плотностью 760 кг/м^3, закачано 224 м^3 нефти плотностью 848 кг/м^3. Определить плотность смеси.

1.14. Определить объем, занимаемый нефтью весом 1,25 МН, если ее плотность равна 850 кг/м^3.

1.15. В резервуар залито 15 м^3 нефти плотностью 800 кг/м^3. Сколько необходимо долить нефти плотностью 824 кг/м^3, чтобы плотность смеси стала равной 814 кг/м^3?

1.16. Определить удельный вес жидкости при ускорении силы тяжести 9,81 м/с^2 и 2 м/с^2, если 0,8 л этой жидкости уравновешиваются гирей массой 1,5 кг.

1.17. Сосуд объемом 2 м^3 заполнен водой. На сколько уменьшится и чему станет равным объем воды при увеличении давления на $2 \cdot 10^7$ Па?

1.18. При напорном течении горячего мазута по трубе касательное напряжение на ее внутренней поверхности составляет $\tau = 2$ Па. Найти значение кинематического коэффициента вязкости мазута, если скорость в поперечном сечении трубы изменяется согласно уравнению $u = 40y - 400y^2$.

1.19. Определить объем воды, который необходимо дополнительно подать в водовод диаметром $d = 500$ мм и длиной $l = 1$ км для повышения давления до $\Delta p = 5 \cdot 10^6$ Па. Водовод подготовлен к гидравлическим испытаниям и заполнен водой при атмосферном давлении. Деформацией трубопровода можно пренебречь.

1.20. Определить коэффициент динамической и кинематической вязкости воды, если шарик $d = 2$ мм из эбонита с $\rho_э = 1200$ кг/м^3 падает в воде с постоянной скоростью $u = 0{,}33$ м/с. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3.

4.2. Физические свойства газа

2.1. В эксперименте Джоуля – Томсона газ, заключенный в трубку с адиабатическими стенками, протекает при стационарных условиях через пористую перегородку из области с высоким давлением в область низкого давления, причем давления по обе стороны пористой перегородки поддерживается постоянными. В результате получают, что температуры по обе стороны перегородки различны.

Выразить через c_p и $(\partial v/\partial p)_p$ коэффициент Джоуля – Томсона $\delta = (\partial T/\partial p)_i$. Кроме того, для тех случаев, когда в достаточно хорошем приближении уравнение состояния можно записать в виде $pv = RT + B(T)_p$, выразить δ через B.

2.2. Поток природного газа с большим содержанием метана, движущийся по изолированному от внешней среды трубопроводу с давлением $p_1 = 8 \cdot 10^6$ Па и температурой $T_1 = 300$ K проходит через дроссель (вентиль) и поступает в трубопровод с давлением $p_2 = 2 \cdot 10^6$ Па. Сечение за дросселем выбрано так, что в нем восстанавливается начальная скорость течения газа. Найти изменение температуры, вызванное эффектом Джоуля – Томсона. Определить среднее значение коэффициента Джоуля – Томсона и сравнить его со значениями $\delta_1(p_1, T_1)$ и $\delta_2(p_2, T_2)$, взятыми из справочных таблиц. Найти также изменение температуры, считая газ совершенным и расширение адиабатическим. Принять k = 1,3.

2.3. Вычислить коэффициент Джоуля – Томсона δ для реального газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса

$$(p+a/v^2)(v-b)=RT$$

Определить также температуру инверсии T_i, при которой коэффициент Джоуля – Томсона обращается в нуль.

2.4. Определить, во сколько раз изменится плотность воздуха, если его нагреть от 0 до 80 °C при постоянном давлении.

2.5. Масса пустого баллона вместимостью V = 50 л составляет m = 75 кг. После того, как в него накачали воздух, масса баллона с воздухом увеличилась до M = 85 кг.

Определить абсолютное давление и плотность воздуха в баллоне, если температура его t = 15°C.

2.6. При температуре $t_1 = 0$ °C манометр, подключенный к баллону с воздухом, показал давление $p_{1(м)} = 20$ МПа.

Как измениться показания манометра, если температура находящегося в нем воздуха повысится до $t_2 = 65$ °C.

2.7. Воздух расширяется изоэнтропически. Начальная температура воздуха $t_1 = 0$ °C и отношения давлений 6:1. Найти конечную температуру.

2.8. Воздух расширяется изоэнтропически. Соотношение температур $T_2/T_1 = 0{,}75$. Начальное абсолютное давление $p_1 = 2 \cdot 10^5$ Па.

Найти конечное абсолютное давление.

2.9. Воздух расширяется изоэнтропически. Отношение плотностей ρ_2/ρ_1 = 0,3. Начальная температура t_1 = 700 °С.

Найти конечную температуру T_2.

2.10. Газ расширяется изотермически при температуре t = 283°С при изменении давления p_1/p_2 = 6.

Найти, считая газ совершенным, изменение энтропии и энтальпию. Принять c_p = 1050 Дж/(кг · К), k = 1,4.

2.11. Как должно измениться давление при дросселировании метана, чтобы эффект Джоуля – Томсона определялся понижением температуры ΔТ = 30°С? Давление газа перед дросселем $p_1 = 20 \cdot 10^6$ Па и температура T_1 = 290 К. Определить также среднее значение коэффициента Джоуля – Томсона $\delta_{ср}$.

Указание. Воспользоваться диаграммой i – T для метана.

2.12. Определить температуру инверсии для природного газа, движущегося в теплоизолированном трубопроводе, пользуясь уравнением состояния Ван-дер-Ваальса. Принять a = 1100 Н · м^4/кг^2, b = 0,003 м^3/кг, R = 520 Дж/(кг · К).

2.13. Масса баллона вместимостью V = 0,04 м^3 с воздухом, находящимся в нем, при атмосферном давлении p_1 = 100000 Па, и температуре T_1 = 288 К, составляет m_1 = 74 кг. В баллон дополнительно закачали воздух, и манометр, подключенный к нему, после охлаждения воздуха до T_2 = 288 К показал давления $p_{2(м)}$ = 20 МПа.

Определить массу баллона m_2 с воздухом в конечном состоянии.

2.14. Какое количество баллонов емкостью V = 100 л необходимо при перевозке m_0 = 200 кг кислорода, если при температуре t = 27°С давление газа в баллоне составило $p_м$ = 16 МПа (по манометру)? Барометрическое давление $p_{бар}$ = 100 кПа.

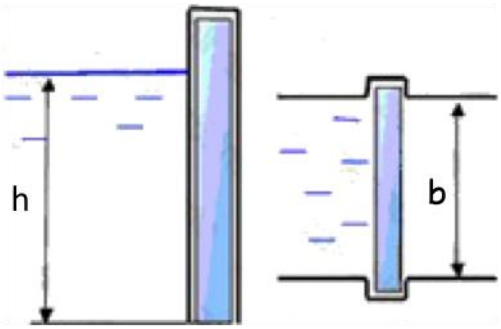
2.15. Состав сухого атмосферного воздуха: g_{O2} = 23,2 % и g_{N2} = 76,8%. Определить среднюю молекулярную массу и газовую постоянную воздуха, объемные доли и парциальные давления компонентов при давлении воздуха $p = 10^5$ Па.

2.16. Определить плотность и удельный вес сухого воздуха при следующих данных:

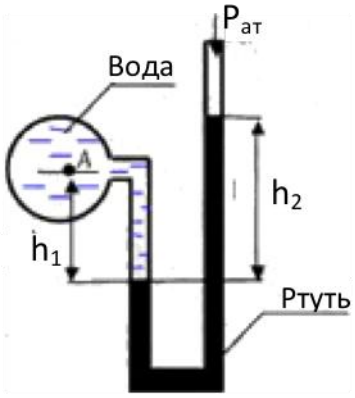
1) $p_{изб}$ = 0,6 м вод. ст., t = -10°С;
2) $p_{изб}$ = 0,3 м вод. ст., t = 10°С;
3) $p_{изб}$ = 0 м вод. ст., t = 40°С;
4) $p_{вак}$ = 0,2 м вод. ст., t = 0°С;
5) $p_{вак}$ = 0,5 м вод. ст., t = 20°С;

4.3. Определение давления

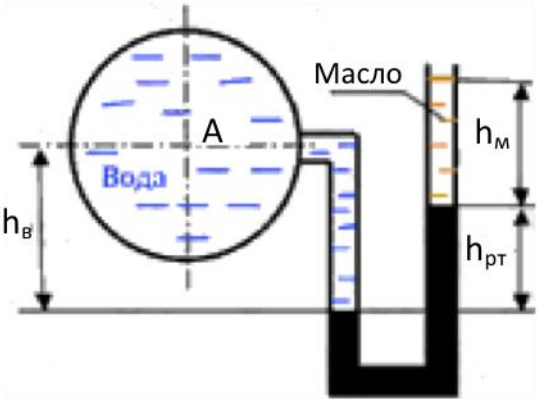
3.1. Определить избыточное давление в забое скважины глубиной h = 85 м, которая заполнена глинистым раствором плотностью ρ = 1250 кг/м^3.

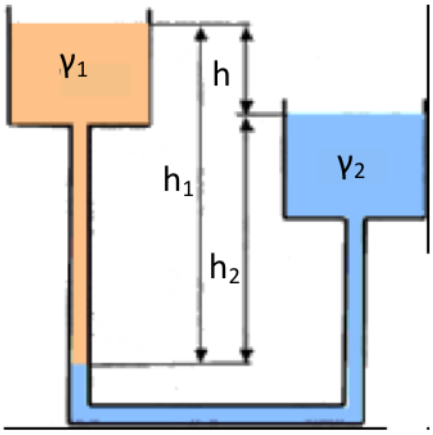


3.2. Определить манометрическое и абсолютное давление в точке А сосуда, заполненного водой, если h_1 = 30 см, показание ртутного манометра h_2 = 60 см.



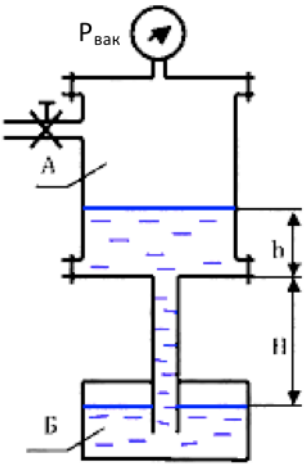
3.3. Определить абсолютное и избыточное давление в точке А на оси трубы, если разность уровней ртути в дифференциальном манометре $h_{рт}$ = 160 мм, высота масла $h_м$ = 160 мм, высота воды в резервуаре $h_в$ = 0,8 м, плотность ртути $ρ_{рт}$ = 13,6 т/м^3, плотность масла $ρ_м$ = 0,85 т/м^3.



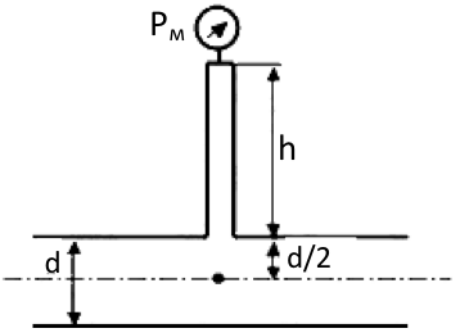


3.4. Два открытых сообщающихся резервуара заполнены жидкостью разного удельного веса $γ_1$ = 8500 Н/м^3 и $γ_2$ = 10000 Н/м^3. Разность уровней жидкостей в резервуарах h = 1,9 м. Определить величину h_2, на которой находится граница раздела жидкостей а-а.

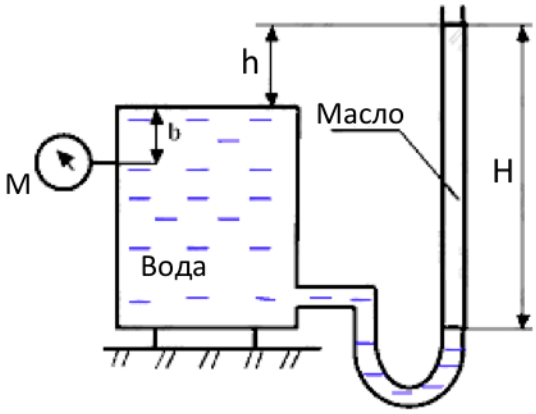
3.5. В герметичном сосуде - питателе А находится расплавленный баббит (ρ = 8000 кг/м^3). При показании вакуумметра $p_{вак}$ = 0,07 МПа заполнения ковша Б прекратилось. При этом Н = 750 мм. Определить высоту уровня баббита h в сосуде – питателе А.



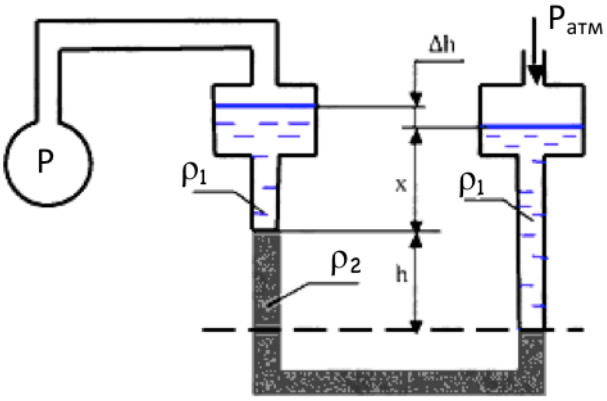
3.6. На трубопроводе диаметром d = 0,6 м, заполненном водой, установлена вертикально металлическая труба высотой h = 2,8 м, к которой подключен манометр, показание которого $P_м$ = 3,6 ат. Определить давление на оси трубопровода.



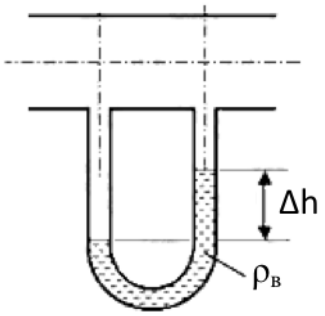
3.7. Определить показания манометра, установленного на расстоянии b = 150 мм, от верхней крышки резервуара, заполненного водой, если в U-образном манометре, присоединенном к нему, высота уровня масла составляет Н = 1000 мм, а превышения уровня масла над крышкой резервуара равно h = 300 мм. Плотность масла составляет $\rho_м$ = 880 кг/м^3.



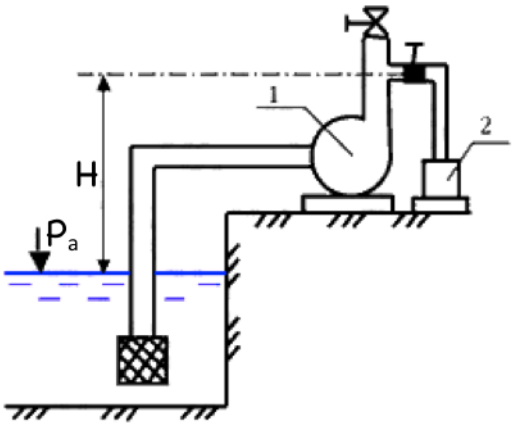
3.8. Определить давления газа в баллоне Р по показанию h = 95 мм двухжидкосного чашечного манометра заполненного жидкостями с плотностями ρ_1= 850 кг/м^3 и ρ_2 = 900 кг/м^3 и разница уровней в чашечках манометра Δh = 3мм. $P_{атм.}$ = 10^5 Па.



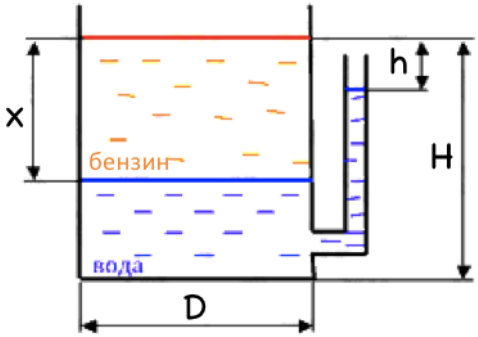
3.9. Определить разность давлений Δp в сечениях 1-1 и 2-2 газопровода, если разность уровней воды ($\rho_в$ = 1000 кг/м^3) в коленах дифманометра Δh = 24 см. Плотность газа $\rho_г$ = 0,84 кг/м^3.



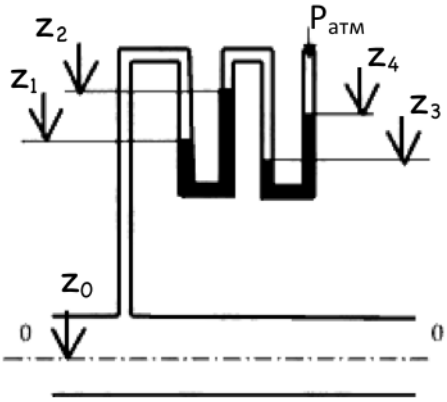
3.10. Для заливки центробежного насоса 1 используется вакуумный насос 2. Какой следует создать вакуум, если верх корпуса центробежного насоса находится над уровнем воды в резервуаре на расстоянии H = 7 м.



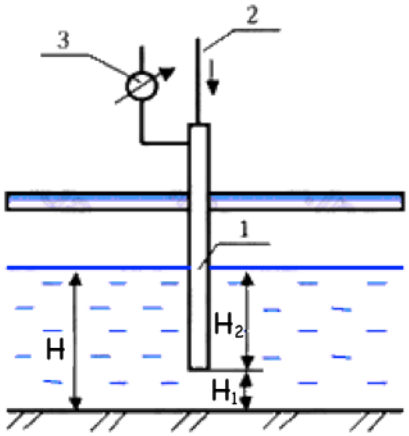
3.11. В цилиндрический бак диаметром D = 2 м до уровня H = 1,5 м налиты вода и бензин. Уровень воды в пьезометре ниже уровня бензина на h = 300 мм. Определить вес находящегося в баке бензина, если $\rho_б$ = 700 кг/м^3.



3.12. Определить избыточное давление воды в трубе по показаниям батарейного ртутного манометра. Отметки уровней ртути от оси трубы: z_1 = 1,75 м; z_2=3 м; z_3=1,5 м; z_4= 2,5 м.



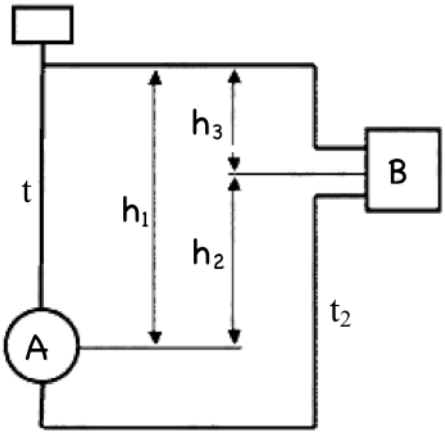
3.13. В канале, подводящем воду к очистным сооружениям, установлен пневматический уровнемер с самопишущим прибором. Нижний конец трубки 1 погружен в воду на глубину H_2 ниже самого низкого уровня воды в канале.



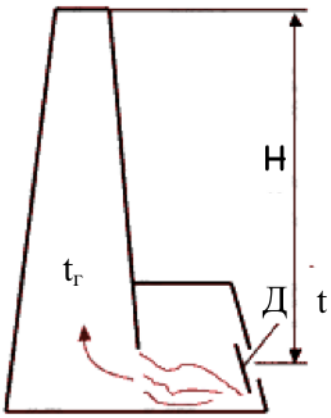
В верхний конец трубки 1 по трубке 2 подается небольшой объем воздуха под давлением, достаточным для выхода воздуха в воду через нижний конец трубки 1. Определить глубину воды в канале H, если давление воздуха в трубке 1 по показаниям самопишущего прибора 3 равно h' = 80 мм. рт. ст. и h'' = 29 мм рт. ст. Расстояние от дна канала до нижнего конца трубки H_1 = 0,3 м.

3.14. Нижняя часть рабочей камеры кессона находится на глубине h = 30 м от свободной поверхности воды. Определить избыточное давление воздуха, которое необходимо создать в рабочей камере кессона, чтобы вода из реки не могла проникнуть в камеру.

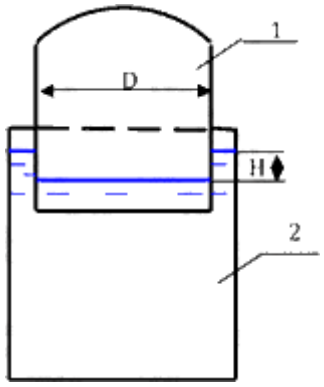
3.15. Определить действующее давление в кольце системы отопления, если в котле А вода нагревается до температуры 95°С, а в нагревательном приборе В охлаждается до температуры 70°С. Расстояние между центрами котла и нагревательного прибора h_2 = 12 м.



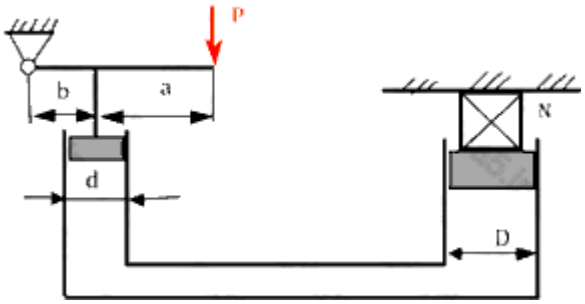
3.16. Определить тягу Δр (разность давлений) в топке котла и перед топочной дверкой Д, если высота котла и дымовой трубы H = 15 м. Дымовые газы имеют температуру $t_г$ = 250°С. Температура наружного воздуха t = 15°С



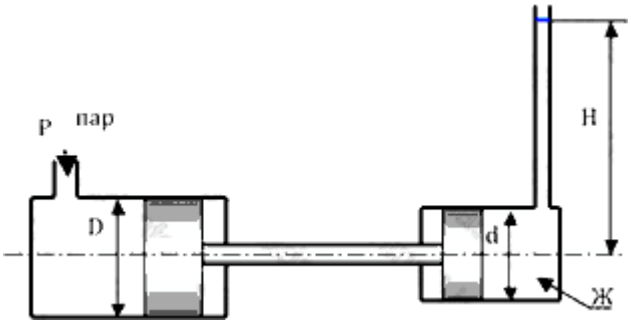
3.17. Колокол 1 газгольдера диаметром D = 6,6 м весит G = 34300 Н. Определить разность уровней воды под колоколом газгольдера и в его стакане 2.



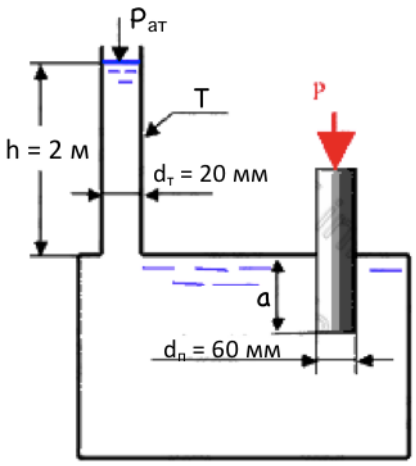
3.18. Гидравлический пресс имеет диаметр большого поршня D = 250 мм, меньшого d = 25 мм. Плеча рычага a = 1 м b = 0,2 м. Какое усилие надо приложить к концу рычага, чтобы сжать изделия N силой 100 кН. Трениям пренебречь.



3.19. Паровой прямодействующий насос подает жидкость Ж (масло турбинное) на высоту H = 45 м. Каково рабочее давление пара, если диаметр парового цилиндра D = 180 мм, а насосного цилиндра d = 100 мм? Потерями на трения пренебречь.



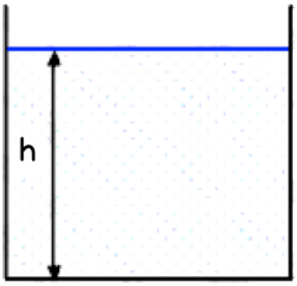
3.20. Погружая плунжер П в воду, нужно поднять ее уровень в трубке Т на h = 2 м.
Требуется определить:
1) глубину a погружения плунжера в воду;
2) силу P, которая должна быть приложена к плунжеру;
3) смещения Δa плунжера вверх после доливания в трубку Т воды в количестве W = 0,000157 м^3 = 157 см^3.



4.4. Давление жидкости на плоскую поверхность

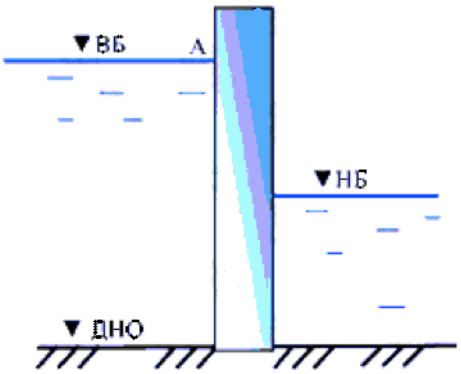
4.1. Определить величину и точку приложения силы гидростатического давления на плоскую боковую стенку, если глубина воды H = 2 м, а ширина стенки B = 3 м. Построить эпюру избыточного гидростатического давления.

4.2. В резервуар прямоугольного сечения с размерами a = 1 м, b = 3 м налита жидкость – вода, плотностью ρ = 1000 кг/м^3, высота жидкости h = 4,4 м.

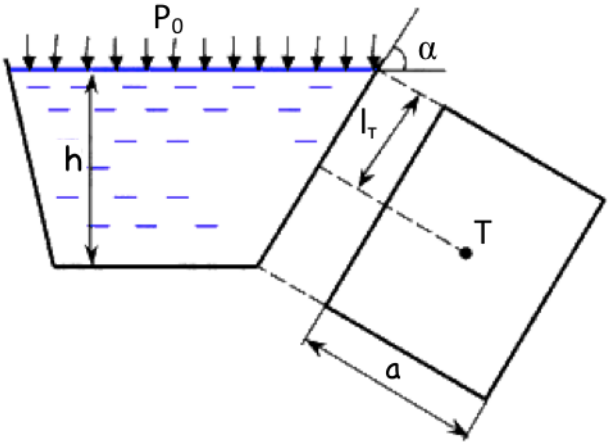


Построить эпюру гидростатического избыточного давления на дно и одну из стенок резервуара. Определить силы давления на дно и стенку и точки приложения сил.

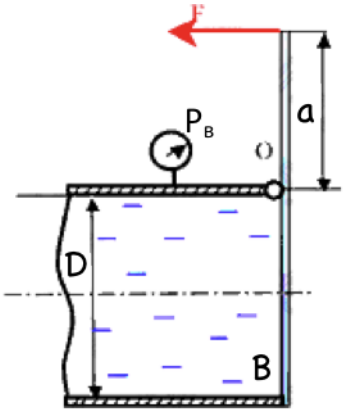
4.3. Определить силу давления F на плоскую стенку, точку приложения этой силы, координаты центра тяжести, если известны отметки ▼ДНО = 0, отметки верхнего бьефа ▼ВБ = 8, отметки нижнего бьефа ▼НБ = 3, ширина стенки b = 15 м.



4.4. Плоский щит перекрывает канал шириной b = 1,8 м. Глубина воды перед щитом h = 2,5 м. Определить силу давления воды на щит и точку приложения этой силы аналитическим и графоаналитическим методом. Определить минимальное подъемное усилие щита T, если его вес G = 20 кН. Коэффициент трения щита по опорам при подъеме f = 0,25.

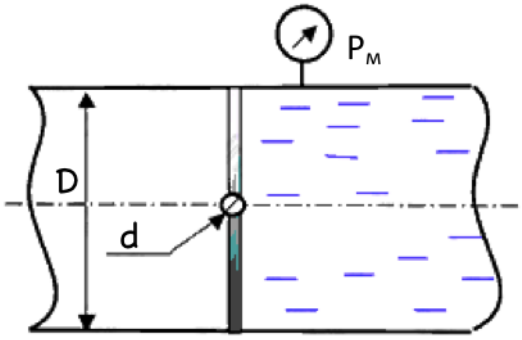


4.5. Определить величину усилия F, которое нужно приложить к рычагу, чтобы повернуть затвор ОВ вокруг оси О для выпуска жидкости (воды) из трубы. Задано показания вакуумметра P_B = 60 мм.рт.ст. = 7999 Па, диаметр трубы D = 0,5 м и длина рычага a = 0,4 м.

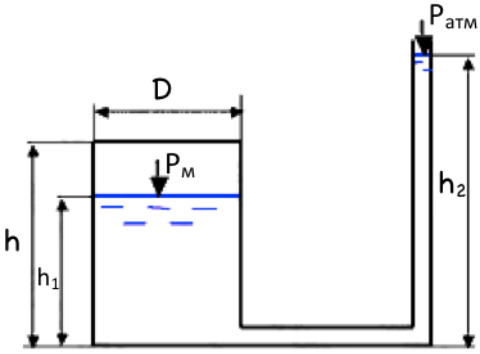


4.6. На трубопроводе установлен дисковый затвор диаметром D = 3,5 м с горизонтальной осью поворота и цапфами диаметром d = 0,42 м.

Давление в верхней точке трубопровода по показанию манометра $p_м$ = 6 ат = 588600 Па. Найти начальный момент, необходимый для поворота затвора против часовой стрелки, если коэффициент трения в цапфах f = 0,15. В трубе за затвором воздух под атмосферным давлением, слева – полностью заполнен водой. Затвор считать плоским.

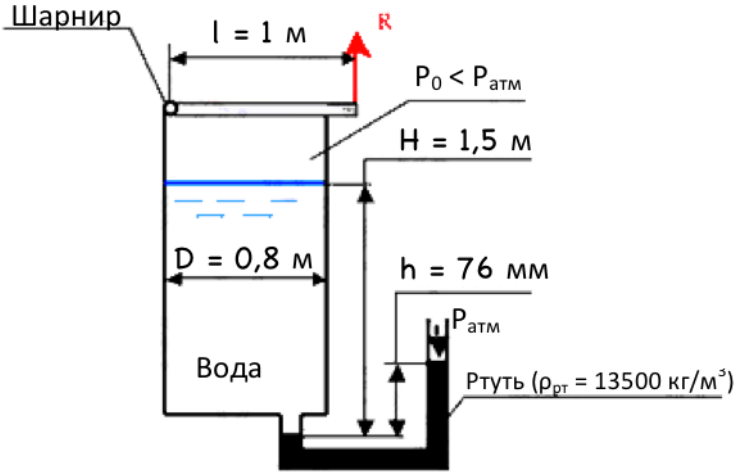


4.7. Закрытый цилиндрический сосуд диаметром D = 1,5 м, высотой h = 2 м заполнен октаном с температурой 20°С до уровня h_1 = 1,5 м. К патрубку у дна сосуда присоединен пьезометр, уровень жидкости в котором h_2 = 2,5 м, открытый в атмосферу с давлением $p_{ат}$= 1 ат = = 98100 Па. Определить силу избыточного давления на дно сосуда и полного давления на его боковые стенки.

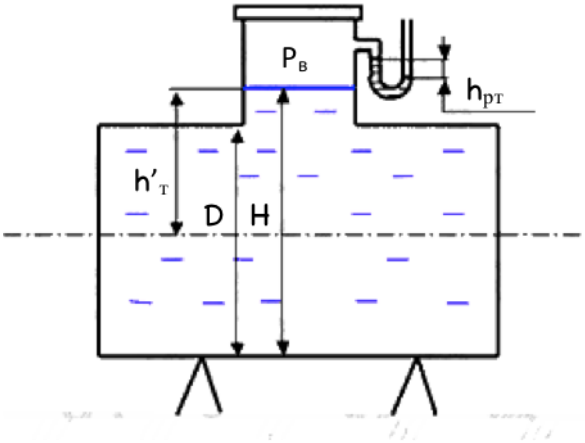


4.8. Требуется определить усилие R, которое необходимо употребить для открывания крышки резервуара.

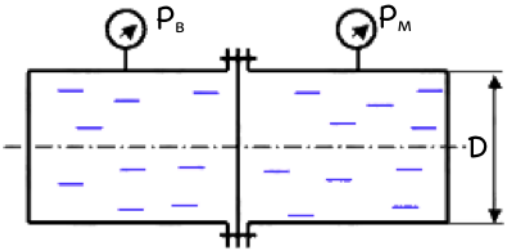
Числовые данные задачи показаны на рисунке.



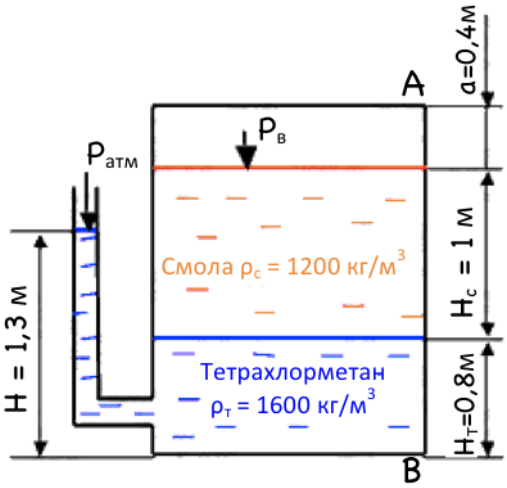
4.9. Определить силу давления на торцевую плоскую вертикальную стенку цистерны с бензином и положения центра давления, если показания U – образной трубки, заполненной ртутью, равно $h_{рт}$ = 200 мм.рт.ст.; глубина заполнения цистерны – H = 2,6 м, диаметр цистерны – D = 2,2 м, плотность бензина $\rho_б$ = 720 кг/м^3.



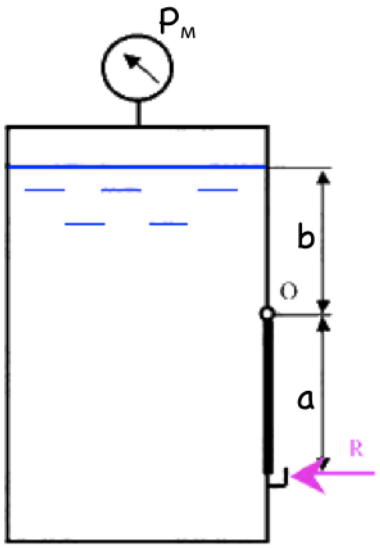
4.10. Определить значения силы, действующей на перегородку, которая разделяет бак, если ее диаметр D = 0,5 м, показания вакуумметра $p_в$ = 0,08 МПа и манометра $p_{ман}$= 0,1 МПа.



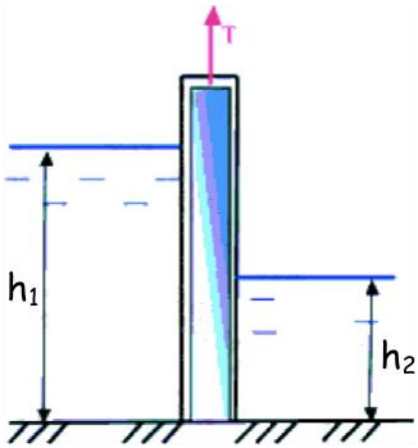
4.11. Используя приведенные на рисунке данные, определить величину и точку приложения равнодействующей сил давления жидкостей и воздуха на стенку АБ резервуара, имеющего форму параллелепипеда. Ширина стенки b = 0,9 м.



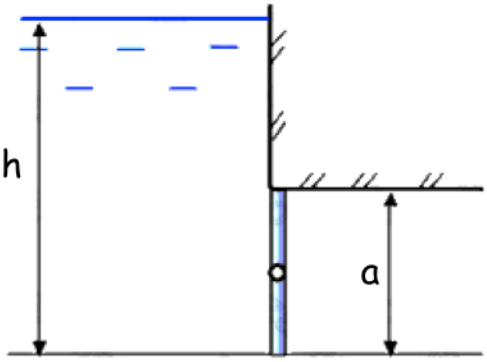
4.12. Определить силу R, на которую должно быть рассчитано запорное устройство квадратной крышки размерами а х а (а = 0,5 м), вращающего вокруг оси О, если показания манометра $P_м$ = 7,848 кПа, глубина погружения уровня оси b = 0,8 м, жидкость – вода. Построить эпюру давления.



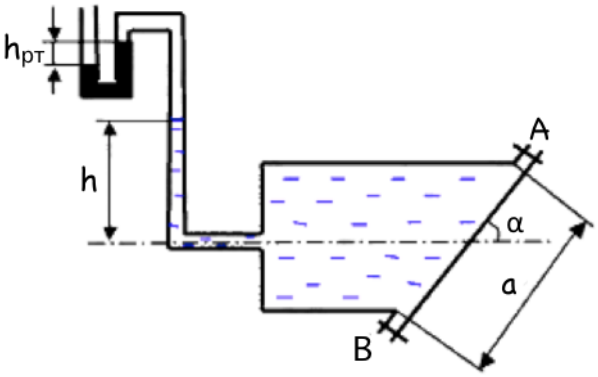
4.13. Определить подъемное усилие Т для прямоугольного плоского щита, перекрывающего водопропускное отверстие рудничной плотины. Пролет затвора в свету b = 2 м, глубина воды до щита – h_1 = 2,2 м, после щита – h_2 = 0,8 м, коэффициент трения между щитом и поверхностью пазов f = 0,15. Масса щита М = 450 кг. Решить аналитически и графически.



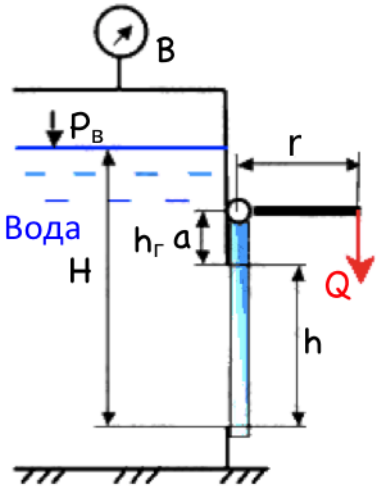
4.14. Затвор квадратного сечения со стороной а = 2,6 м, может вращаться вокруг горизонтальной оси О, проходящей через центр затвора. Определить силу F, которую нужно приложить к нижней кромке затвора, чтобы его закрыть, если глубина воды перед затвором h = 4,2 м. В штольне справа воздух. Трением пренебречь, ρ = 1000 кг/м^3.



4.15. Определить силы, действующие на верхние F_A и нижние F_B болты крышки, которая имеет форму прямоугольника высотой a = 0,64 м и шириной b = 1,5 м. Показания ртутного вакуумметра $h_{рт}$ = 150 мм, высота h = 2,2 м. Угол наклона крышки $\alpha = 45^0$.



4.16. Прямоугольное отверстие высотой h = 0,3 м, шириной b = 0,5 м в вертикальной стенке закрытого резервуара закрыто щитом, вращающимся вокруг горизонтальной оси O и прижимаемым посредством двух грузов, подвешенных на рычагах r = 0,4 м.



Определить минимально необходимый вес каждого груза, если расстояния от верхней кромки отверстия до оси вращения щита a = 50 мм.

Весом рычагов и трениям в подшипниках пренебречь.

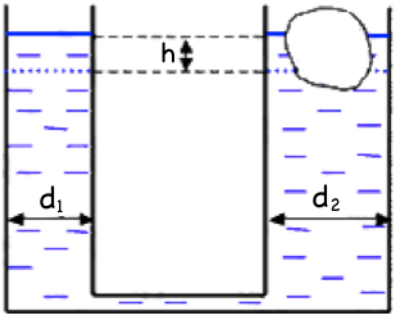
Вакуумметр B показывает $h_{вак}$ = 52,25 мм.рт.ст.

Высота H = 1,2 м.

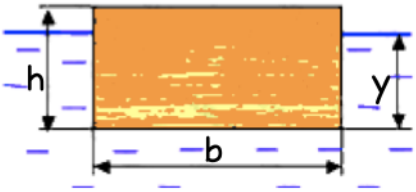
4.5. Плавание тел и остойчивость

5.1. Кусок железа весит в воде G = 1 Н, а его плотность ρ = 7800 кг/м^3. Определите его объем.

5.2. В сообщающиеся сосуды диаметров d_1 и d_2 налита жидкость плотности ρ. На сколько поднимется уровень жидкости в сосудах, если в один из сосудов положить тело массы m из материала, плотность которого меньше ρ?



5.3. Определить удельный вес бруса, имеющего следующие размеры: ширину b = 30 см, высоту h = 20 см и длину l = 100 см, если его осадка y = 16 см.

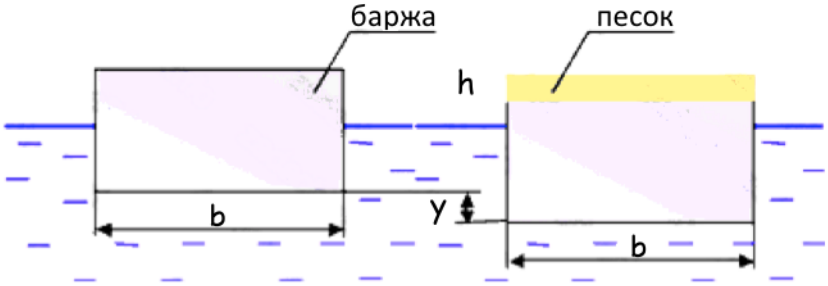


5.4. Прямоугольная баржа размером a = 18 м и b = 9 м, когда ее загрузили песком, погрузилась в воду (γ = 9810 Н/м^3) на y = 0,5 м по сравнению с первоначальным положением до загрузки.

Определить:

1) Объем песка в барже (удельный вес песка равен $\gamma_п$ = 19620 Н/м^3).

2) Высоту слоя песка, считая, что песок в барже уложен по всей площади днища равномерным слоем. Толщину стенок в расчете не учитывать.

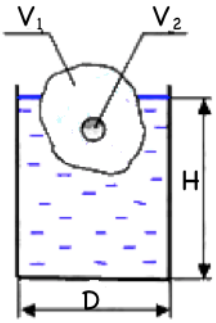


5.5. В цилиндрическом сосуде плавает кусок льда плотностью ρ_1 = 900 кг/м^3, в который впаян стальной шарик плотностью ρ_2 = 7800 кг/м^3. Объем льда V_1 = 12 дм^3 = 0,012 м^3, объем шарика V_2 = 50 см^3 = 0,00005 м^3.

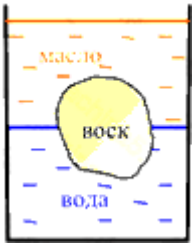
Определить:

1) Какая часть объема тела находится над водой?

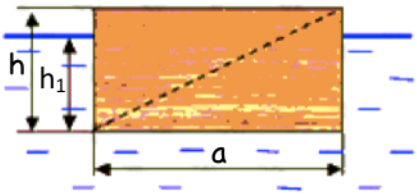
2) Как изменится уровень H в сосуде, когда лед растает, если диаметр сосуда D = 500 мм = 0,5 м?



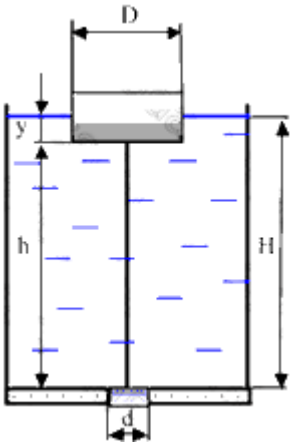
5.6. В сосуд, заполненный водой ($\rho_в$ = 1000 кг/м^3) и маслом ($\rho_м$ = 900 кг/м^3), погружен кусок воска (ρ = 960 кг/м^3).
Определить, какая часть объема воска погрузится в воду, и какая останется в масле?



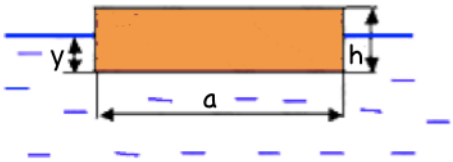
5.7. Определить величину подъемной силы, действующей на деревянный брусок, находящийся в воде, а также значение высоты бруска, находящейся под поверхностью воды. Размеры бруска: длина – a = 0,6 м, ширина - b = 0,3 м и высота - h = 0,1 м; плотность дерева принять $\rho_д$ = 800 кг/м^3.



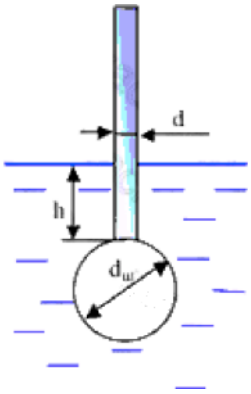
5.8. Определить массу поплавка диаметром D = 20 см и осадкой y = 6 см, который при слое бензина H ≥ 80 см обеспечивал бы автоматическое открытие клапана диаметром d = 4 см. Длина тяги h = 74 см. Вес клапана и тяги принять $G_т$ = 1,7 Н. Плотность бензина ρ = 750 кг/м^3.



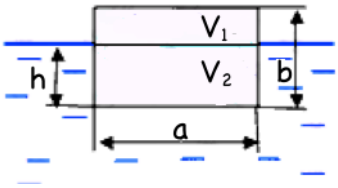
5.9. Деревянный брус размером a = 5 м, b = 0,3 м и высотой h = 0,3 м спущен в воду. На какую глубину он погрузится, если плотность бруса $\rho_б$ = 700 кг/м^3? Определить, сколько человек могут встать на брус, чтобы верхняя поверхность бруса оказалась бы заподлицо со свободной поверхностью воды, считая, что каждый человек в среднем имеет массу m = 67,5 кг.



5.10. Простейший ареометр (прибор для определения плотности жидкостей), выполненный из круглого карандаша диаметром d = 5 мм и прикрепленного к его основанию металлического шарика диаметром $d_ш$ = 8 мм, имеет вес G = 0,006 Н. Определить плотность жидкости ρ, если ареометр цилиндрической частью погружается в нее на глубину h = 1,5 см.

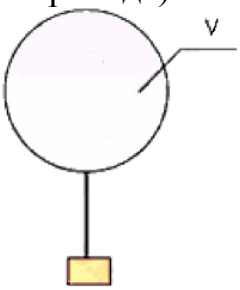


5.11. Объем части ледяной горы, возвышающей над поверхностью моря, равен V_1 = 12,5 м^3. Определить общий объем ледяной горы и глубину ее погруженной части, если в плане она имеет форму прямоугольника размером a x b = 3 x 2.

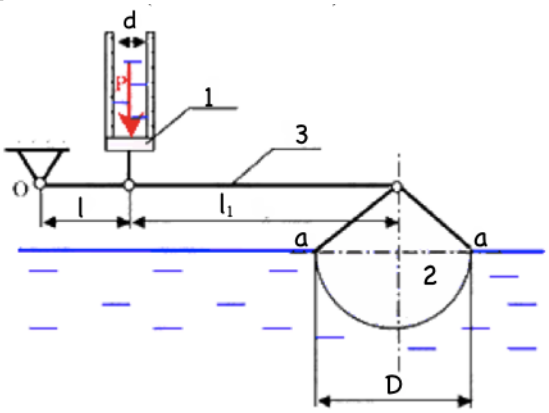


5.12. Дюкер, выполненный из стальных труб с внутренним диаметром d = 500 мм, толщиной стенки δ = 8 мм и весом $G_{тр}$ = 1025 Н, должен опускаться на дно реки без заполнения водой. Определить необходимый объем балластирующего (дополнительного) бетонного груза $V_б$ для обеспечения затопления трубопровода (на 1 м длины трубопровода).

5.13. Определить необходимый объем V заполненного светильным газом ($ρ_г$ = 0,515 кг/м^3) воздушного шара, поднимающегося на уровни земли груз весом G = 10000 Н. Плотность воздуха $ρ_в$ = 1,23 кг/м^3.

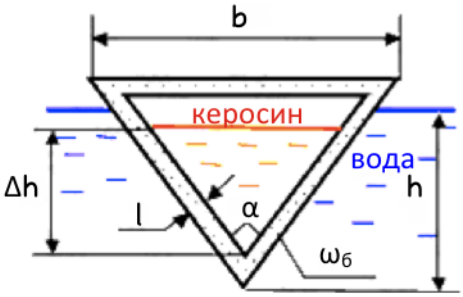


5.14. Запорно-поплавковый клапан бака водонапорной башни имеет следующие размеры: d = 100 мм; l = 68 мм; l_1 = 520 мм; D = 325 мм. Если уровень воды не достигает полшара 2, то клапан 1 открыт, и вода поступает в бак. По мере подъема уровня воды и погружения в нее полшара на рычаг 3 начинает действовать сила $P_{выт}$, равная выталкивающей силе воды (по закону Архимеда). Через рычаг усилие передается на клапан. Если величина этого усилия превысит силу давления воды P на клапан, то он закроется, и вода перестанет поступать в бак. Определить, до какого предельного давления p клапан будет закрыт, если допускается погружения в воду только полшара поплавка (до линии a-a).

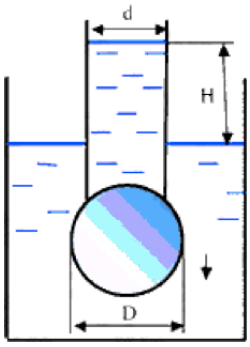


5.15. Объемное водоизмещение подводной лодки $V = 600$ м^3. С целью погружения лодки отсеки были заполнены морской водой в количестве $V_1 = 80$ м^3. Плотность морской воды $\rho = 1025$ кг/м^3. Определить: 1) Какая часть объема лодки (в процентах) будет погружена в воду, если из подводной лодки удалить всю воду, и она всплывет. 2) Чему равен вес подводной лодки без воды.

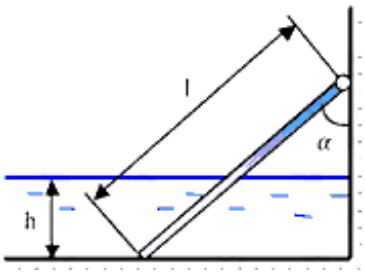
5.16. Полый призматический бак длиной $a = 4$ м, вертикальные грани которого представляют равносторонние треугольники со сторонами $b = 1{,}2$ м, плавает в воде ($\rho_в = 1000$ кг/м^3). Бак металлический ($\rho_б = 7800$ кг/м^3) с толщиной стенок $t = 5$ мм. Какой слой керосина Δh ($\rho_к = 760$ кг/м^3) нужно налить в бак, чтобы он погрузился в воду на $h = 0{,}8$ м.



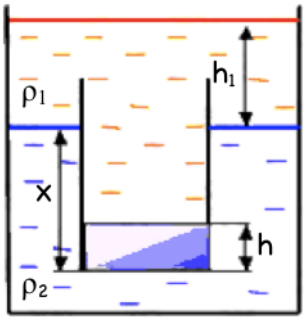
5.17. Погруженный в воду полый шаровой клапан диаметром $D = 150$ мм и массой $m = 0{,}5$ кг закрывает выходное отверстие внутренней трубы диаметром $d = 100$ мм.
При какой разности уровней H клапан начнет пропускать воду из внутренней трубы в резервуар?



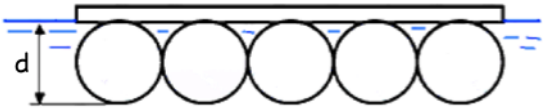
5.18. Тонкий однородный стержень длиной $l = 1$ м, сделанный из материала с плотностью $\rho = 930$ кг/м^3, шарнирно прикреплен к стенке бассейна и опирается на дно так, что составляет угол $\alpha = 60^0$ с вертикалью. В бассейн начинают наливать воду. При какой высоте уровня воды ($\rho_в = 1000$ кг/м^3) стержень перестанет давить на дно.



5.19. Тонкостенный стакан массой $m = 0{,}2$ кг вертикально плавает на границе раздела жидкостей плотностей $\rho_1 = 800$ кг/м^3 и $\rho_2 = 1000$ кг/м^3. Определите глубину погружения стакана в нижнюю жидкость, если дно стакана имеет толщину $h = 0{,}05$ м и площадь $S = 0{,}002$ м^2 и стакан заполнен жидкостью плотности $\rho_l = 800$ кг/м^3.



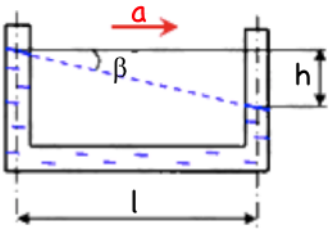
5.20. Для переправы грузов через реку построен плот из 25 штук пустых железных бочек. Размеры бочек: диаметр d = 0,8 м, высота h = 1,3 м. Масса одной бочки m = 50 кг. Определить грузоподъемность плота при условии его полного погружения.



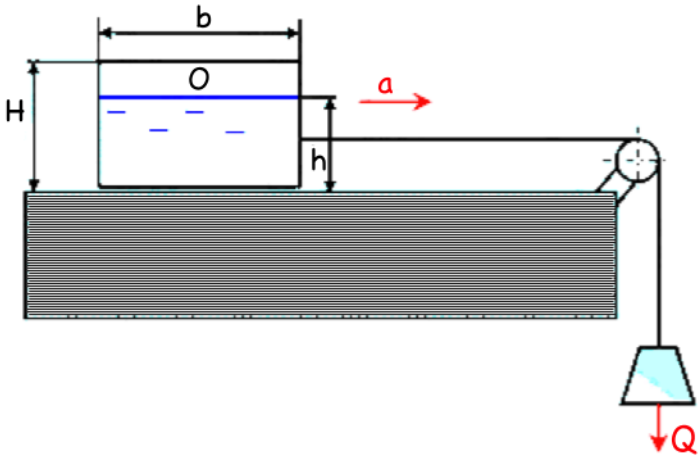
4.6. Относительный покой жидкости в движущихся сосудах

6.1. Для измерения ускорения горизонтально движущегося тела может быть использована закрепленная на нем U-образная трубка малого диаметра, наполненная жидкостью.

С каким ускорением движется тело, если при движении установилась разность уровней жидкости в ветвях трубки, равная h = 5 см при расстоянии между ними l = 30 см?



6.2. Сосуд с квадратным основанием b x b, имеющий собственный вес G, наполнен водой до высоты h и скользит по горизонтальной плоскости под действием груза Q.



Найти:

1) высоту H сосуда, необходимую для сохранения в нем всей жидкости во время движения, если задан коэффициент трения f сосуда о плоскость скольжения;

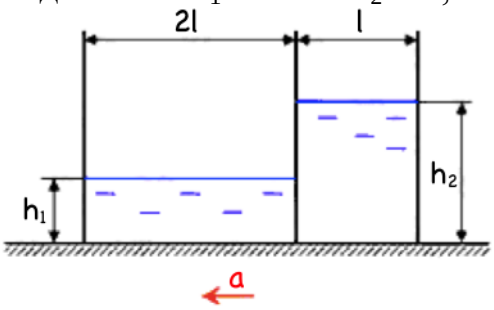
2) величины сил давления воды на переднюю и заднюю стенки сосуда.

6.3. Призматический сосуд длинной $3l$ = 3 м и шириной c = 1 м, перемещающийся горизонтально с постоянным ускорением a = 0,4g, разделен на два отсека, заполненных водой до высот h_1 = 1 м и h_2 = 1,75 м.

Определить:

1) Суммарную силу давления воды на перегородку.

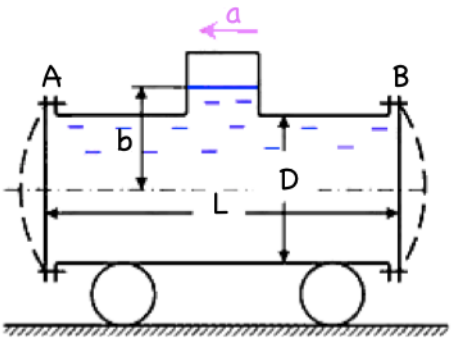
2) Ускорение, при котором эта сила станет равной нулю.



6.4. Цистерна диаметром D = 1,2 м и длиной L = 2,5 м, наполненная нефтью (относительная плотность δ = 0,9) до высоты b = 1 м, движется горизонтально с постоянным ускорением a = 2 м/с^2.

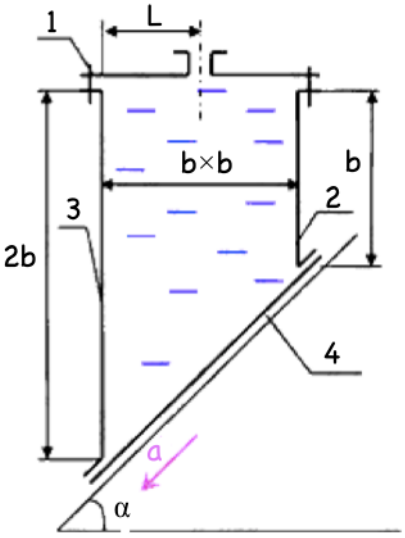
1. Определить усилия, действующие со стороны нефти на плоские боковые крышки A и B цистерны.

2. Как изменяется эти силы при замене плоских крышек сферическими? Увеличения объема цистерны при такой замене равно 2W, где W = 0,2 м^3.



6.5. По наклоненной под углом α = 45^0 к горизонту плоскости под действием силы тяжести скользит призматический сосуд, целиком заполненный водой. Сосуд закрыт крышкой с малым отверстием, расположенным на расстоянии L = 0,5 м от передней стенки.

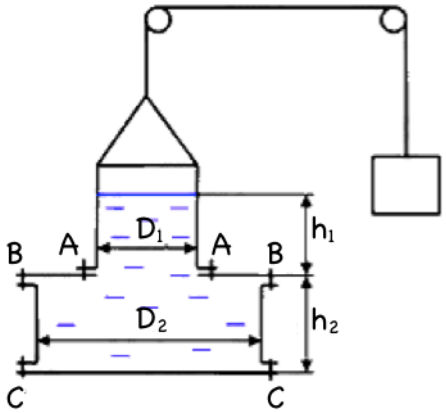
Собственная масса сосуд m = 150 кг, размер b = 1 м, коэффициент трения дна сосуда о плоскость скольжения f = 0,278. Найти величины сил давления воды на крышку 1, стенки 2 и 3, дно 4.



6.6. Составной цилиндрический сосуд, заполнен водой до высоты $h_1 + h_2 =$ $= 800$ мм, подвешен на шнуре, перекинутом через блоки, и соединен с грузом m = 200 кг.

Определить нагрузки болтовых групп A, B и C при имеющем место ускоренном движении сосуда.

Размеры сосуда $D_1 = 400$ мм, $D_2 = 600$ мм, $h_2 = 300$ мм. Собственным весом сосуда и трением в блоках пренебречь.



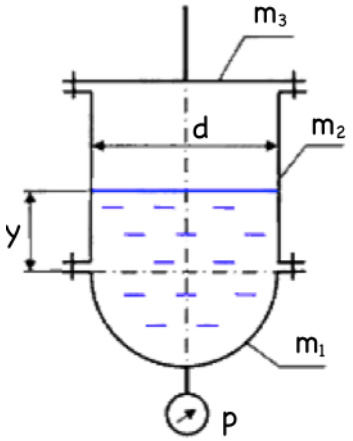
6.7. Цилиндрический сосуд диаметром d = 0,8 м, имеющий плоскую крышку и полусферическое дно, заполнен водой до высоты y = 0,3 м и поднимается вертикально вверх с ускорением $a = 10$ м/с^2.

Определить:

1) Усилие T в тяге, если масса дна сосуда $m_1 = 50$ кг, цилиндрической части $m_2 = 30$ кг и крышки $m_3 = 20$ кг.

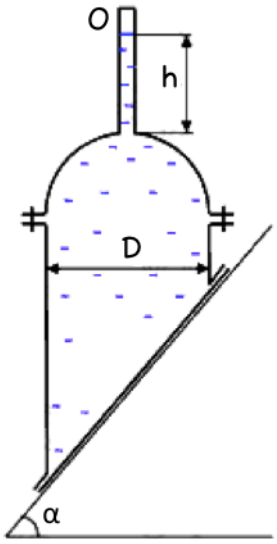
2) Силу давления на дно сосуда, если вакуумметр, присоединенный к нижней точке сосуда, показывал p = 0,3 ат = = 29430 Па, когда сосуд был неподвижен.

3) Построить эпюру давления жидкости по высоте в неподвижном сосуде и при ускоренном его движении.

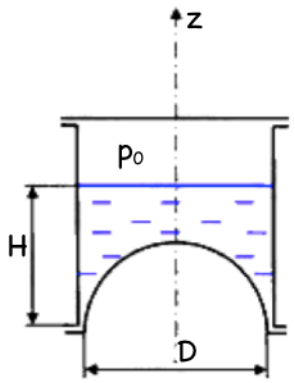


6.8. Вычислить величины горизонтальной и вертикальной сил давления на полусферическую крышку цилиндрического сосуда диаметром D = 0,6 м, скользящего с ускорением a = 5 м/с^2 по плоскости, наклоненной под углом $\alpha = 60^0$ к горизонту, если сосуд заполнен водой до уровня h = 1 м в открытой трубке, присоединенной к верхней точке сосуда.

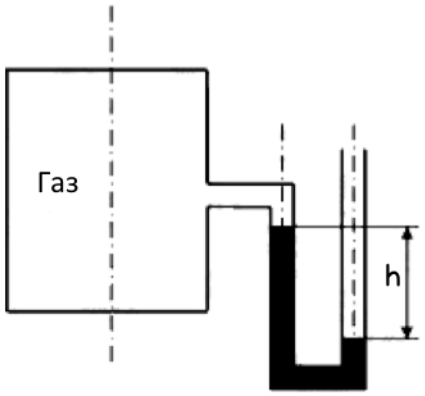
Как изменятся эти силы, если сосуд остановится?

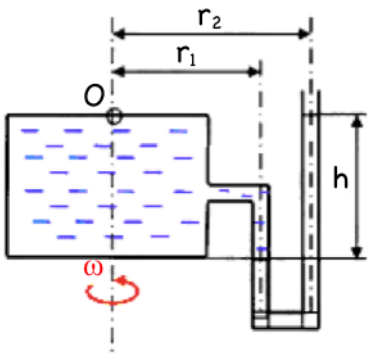


6.9. Закрытый цилиндрический сосуд диаметром D = 0,6 м, имеющий полусферическое дно, наполнен до уровня H = 0,8 м водой и движется прямолинейно под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту с постоянным ускорением a = 19,62 м/с^2.
Определить вертикальную и горизонтальную силы давления на дно, если избыточное давление газа над поверхностью воды в сосуде равно p_0 = 0,2 ат = 19620 Па.



6.10. Найти зависимость показания h водяного манометра (радиусы ветвей R_1 и R_2заданы), присоединенного к замкнутому сосуду, который наполнен газом, находящимся под вакуумом $p_в$, от:
1) поступательного ускорения сосуда (a), направленного по вертикали вверх и вниз;
2) угловой скорости вращения сосуда (ω).

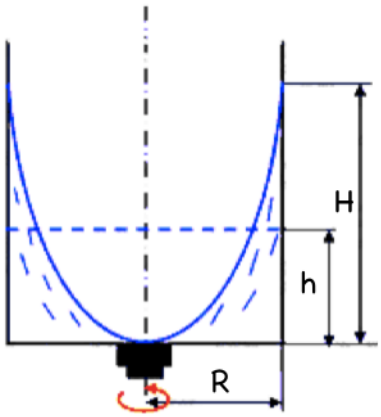




6.11. Цилиндрический сосуд, заполненный водой, приведен во вращение с постоянной угловой скоростью ω = 10 с$^{-1}$.

Найти наименьшее давление в воде, заполняющей сосуд, по показанию h = 1 м ртутного манометра, вращающегося вместе с сосудом, если r_1 = 0,8 м; r_2 = 0,7 м.
При какой угловой скорости равновесия жидкости в сосуде нарушится?

6.12. Открытый в атмосферу вертикальный цилиндрический сосуд радиусом R = 0,4 м заполнен первоначально h = 1,0 м водой при температуре t = 40°C. Сосуд приводится во вращения с числом оборотов n, обеспечивающим касания дна вершиной параболоида. Определить высоту поднятия воды в сосуде и силу гидростатического давления на дно сосуда.

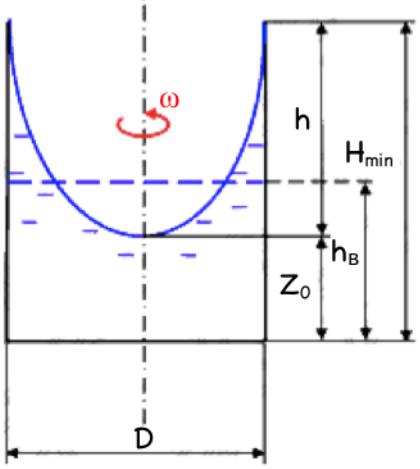


6.13. Цилиндрический сосуд диаметром D = 0,4 м с водой вращается с постоянным числом оборотов n = 150 об/мин; при этом вершина параболоида отстоит от дна сосуда на величину Z_0 = 35 см. Определить:

1) абсолютное давление $p_{абс}$ на дне сосуда в точках, расположенных на окружности радиуса соответственно r_1 = 5 см, r_2 = 10 см и r_3 = 20 см;

2) начальный уровень воды $h_в$ до вращения сосуда;

3) минимальную высоту H_{min} сосуда, при которой жидкость не будет переливаться через его край.



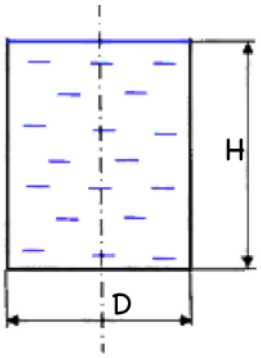
6.14. Цилиндрический сосуд диаметром D = 0,5 м и высотой H = 0,7 м, заполненный до краев жидкостью плотностью ρ = 1000 кг/м^3, вращается вокруг вертикальной оси.

Определить:

1) Частоту вращения сосуда, при которой вращается три четверти первоначального объема жидкости.

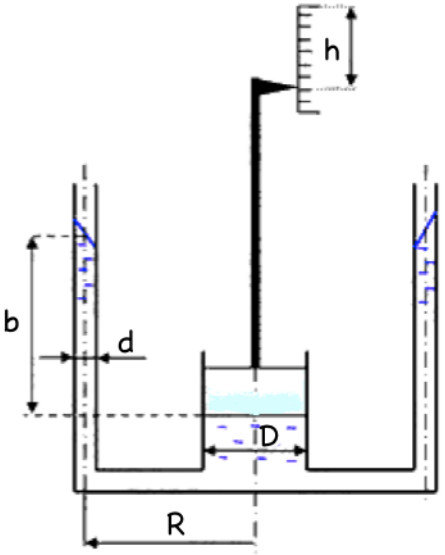
2) Наибольшее избыточное давление на дно сосуда.

3) Силу давления на дно сосуда.



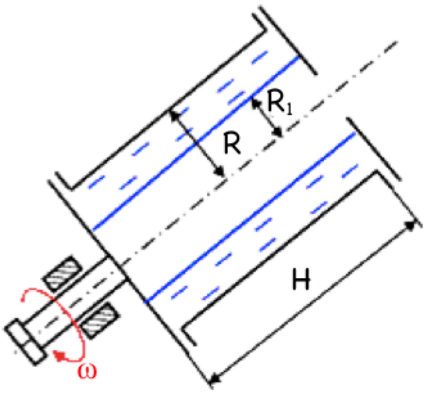
6.15. Жидкостный тахометр состоит из цилиндра, наполненного ртутью и сообщенного с двумя трубками малого диаметра d, расположенного на расстоянии R от его оси. Над ртутью в цилиндре находится поршень диаметром D. Поршень перемещается при изменении частоты вращения тахометра.

Установить связь между частотой вращения n тахометра и опусканием h поршня от его начального положения при не вращающемся тахометре.

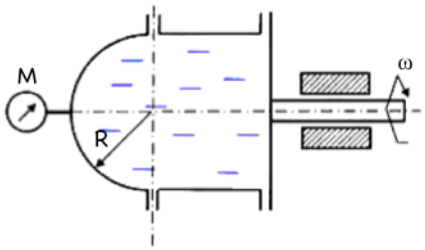


6.16. Цилиндрический сосуд радиусом R = 100 мм, заполненный водой ¾ своего объема, вращается равномерно с частотой n = 10000 об/мин относительно своей оси.

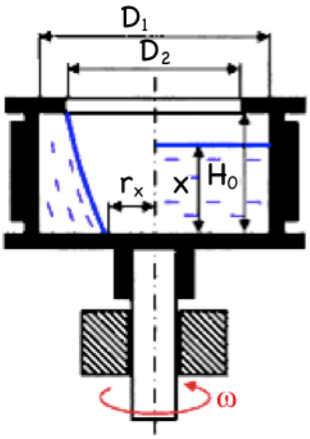
Пренебрегая действием силы тяжести, определить силу давления воды на торцовую стенку сосуда.



6.17. Определить силу давления воды на полусферическую крышку цилиндрического сосуда радиусом R = 0,2 м, если сосуд вращается относительно своей оси с угловой скоростью $\omega = 100\ c^{-1}$ и манометр при этом показывает давления M = 50 кПа.
Действием силы тяжести жидкости пренебречь.



6.18. Тормозной шкив диаметром D_1 = 800 мм и высотой H_0 = 200 мм, вращающийся относительно вертикальной оси при n = 120 об/мин, наполнен охлаждающей водой до предела, соответствующего данному числу оборотов.



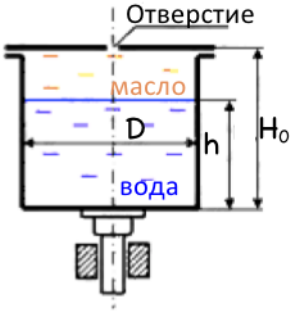
Определить:

1) Радиус r_x сухой части дна, если D_2 = 500 мм.

2) Силы, приложенные к верхнему и нижнему днищам.

3) На какой высоте x установится вода после остановки шкива.

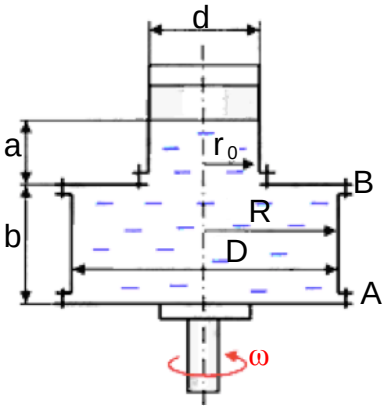
6.19. Цилиндрический сосуд диаметром D = 600 мм и высотой H_o = 500 мм заполнен водой до h = 400 мм. Остальной объем сосуда заполнен маслом



(ρ = 800 кг/м^3). Сосуд закрыт крышкой с малым отверстием в центре и приведен во вращение относительно центральной вертикальной оси.

Определить, с какой угловой скоростью ω нужно вращать сосуд для того, чтобы поверхность раздела жидкостей коснулась дна сосуда. Найти усилия, действующие при этом на дно и крышку сосуда.

6.20. Изображенный на чертеже сосуд имеет размеры D = 0,4 м; d = 0,2 м; b = 0,35 м и наполнен водой до высоты a + b = 0,52 м. Сверху сосуд закрыт поршнем, имеющим массу m = 50 кг.



Определить гидравлические нагрузки болтовых групп A и B, если сосуд вращается относительно центральной вертикальной оси с числом оборотов n = 450 об/мин. Трением между поршнем и стенками цилиндра пренебречь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чугаев Р. Р. Гидравлика. – Л.: Энергия, 1982. – 672 с.
2. Угинчус А. А., Чугаева Е. А. Гидравлика – Л.: Стройиздат, 1971. – 350 с.
3. Альтшуль А. Д., Киселев П. Г. Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1975 – 323 с,
4. Константинов Н. М., Петров Н. А., Высоцкий Л. И. Гидравлика, гидрология и гидрометрия: В 2-х частях. Ч. 1. Общие законы. – М.: Высшая школа, 1987. – 304 с.
5. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы / Башта Т. М., Руднев С. С., Некрасов Б. Б. и др. – М.: Машиностроение, 1982. –422 с.
6. Юшкин В. В. Гидравлика и гидравлические машины. – Минск: Вышейшая школа, 1974. – 270 с.
7. Угинчус А. А. Гидравлика гидромашины и гидроприводы. – Л.: ГЭИ, 1970. – 390 с.
8. Примеры гидравлических расчетов / Под ред. Н. М. Константинова. – М.: Транспорт, 1987. – 498 с.
9. Справочное пособие по гидравлике, гидромашинам и гидроприводам / Под общей ред. Б. Б. Некрасова. – Минск: Вышейшая школа, 1985. –365 с.
10. Кордон М.Я., Симакин В.И., Горешник И.Д.. Гидравлика. - Пенза : ПГУ, 2005. – 186 с.
10. Кордон М.Я., Симакин В.И., Горешник И.Д. Гидравлика: Учебное пособие. - Пенза: ПГУ, 2005. - 71 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение ... 3
1. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ ... 4
1.1 Сведения из теории ... 4
1.1.1. Плотность ... 4
1.1.2. Удельный вес ... 4
1.1.3. Коэффициент объемного сжатия ... 4
1.1.4. Коэффициент температурного расширения ... 5
1.1.5. Вязкость ... 5
1.2. Примеры решения задач ... 6
2. ОСНОВЫ ГИДРОСТАТИКИ ... 8
2.1. Основные сведения ... 8
2.2. Гидростатическое давление ... 8
2.3. Основная теорема гидростатики ... 9
2.4. Условие равновесия жидкости ... 9
2.5. Дифференциальное уравнение равновесия жидкости (Уравнение Эйлера) ... 9
2.6. Основное дифференциальное уравнение гидростатики ... 11
2.7. Поверхность уровня ... 12
2.8. Равновесие жидкости в поле земного тяготения ... 12
2.9. Основное уравнения равновесия жидкости в поле земного тяготения. Закон Паскаля ... 13
2.10. Пьезометрическая высота ... 14
2.11. Вакуумметрическая высота ... 15
2.12. Условия равновесия жидкости в сообщающихся сосудах ... 16
2.14. Приборы для измерения давления ... 18
2.15. Примеры решения задач ... 21
3. ОТНОСИТЕЛЬНОЕ РАВНОВЕСИЕ ЖИДКОСТИ В ПОЛЕ СИЛ ТЯЖЕСТИ ... 24
3.1. Сведения из теории ... 24
3.1.1. Относительный покой при прямолинейном движении на наклонной плоскости ... 24
3.1.2 Относительный покой при вращении вокруг вертикальной оси ... 26
3.1.3. Равновесие тела в покоящейся жидкости ... 28
3.2. Примеры решения задач ... 30
4. ЗАДАЧИ ... 33
4.1. Физические свойства жидкостей ... 33
4.2. Физические свойства газа ... 35
4.3. Определение давления ... 37
4.4. Давление жидкости на плоскую поверхность ... 42
4.5. Плавание тел и остойчивость ... 47
4.6. Относительный покой жидкости в движущихся сосудах ... 51
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ... 58

Учебная литература

Тюрин Михаил Павлович
Бородина Елена Сергеевна

Практикум по гидрогазодинамике

Учебное пособие

Усл.печ.л.____Тираж 30 экз. Заказ № _____

Редакционно-издательский отдел РГУ им. А. Н. Косыгина
115035, Москва, ул. Садовническая, 33, стр.1
тел./ факс: (495) 955-35-88

e-mail: riomgudt@mail.ru

Отпечатано в РИО РГУ им. А. Н. Косыгина